
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester KSCP
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

ZCT 210/4: Analisis Kompleks Dan Persamaan Pembezaan

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemua soalan wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

- (1) (a) Pertimbangkan **persamaan Ricatti** yang berikut:

$$y' = \frac{2 \cos^2(x) - \sin^2(x) + y^2}{2 \cos(x)} \quad (1)$$

- (i) Tunjukkan bahawa $y_1(x) = \sin(x)$ adalah satu penyelesaian bagi persamaan (1).

(10/100)

- (ii) Dengan menggunakan keputusan dari (i), tentukan penyelesaian am bagi persamaan Ricatti (1).

(40/100)

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan kaedah yang sesuai:

$$(xy - y^2) dx + x(x - 3y) dy = 0$$

(50/100)

- (2) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang tidak homogen ini:

$$y'' + 16y = \csc(4x) \quad (2)$$

- (a) Cari penyelesaian am, $y_c(x)$, bagi persamaan homogen yang terturun dari persamaan pembezaan (2).

(20/100)

- (b) Cari penyelesaian $y_p(x)$, bagi persamaan pembezaan (2) dengan kaedah **perubahan parameter**.

(75/100)

- (c) Dari keputusan dalam (a) dan (b), nyatakan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (2).

(5/100)

- (3) (a) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$x(x+1)y'' - \frac{1}{x^2}y' + 5y = 0 \quad (3)$$

Tentukan **titik-titik** singular bagi persamaan pembezaan (3). Kemudian, tentukan sama ada titik-titik singular tersebut adalah titik singular biasa atau bukan titik singular biasa.

(25/100)

- (b) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$2xy'' - 5y' - 3y = 0 \quad (4)$$

Selesaikan persamaan pembezaan (4) dengan menggunakan **kaedah Frobenius** – tentukan:

- (i) persamaan indicial
- (ii) punca-punca persamaan indicial
- (iii) hubungan rekursi
- (iv) empat sebutan pertama bagi setiap dari kedua-dua penyelesaian siri bagi persamaan pembezaan (4).

(75/100)

4. Diberi nombor kompleks $P = -3 - 7i$.

- (a) Lakarkan P di dalam satah kompleks. (10/100)

- (b) Tukarkan P ke dalam bentuk kutub, $P = re^{i\theta}$. (15/100)

- (c) (i) Terbitkan semua punca yang berbeza bagi $P^{1/3}$. (25/100)

- (ii) Lakarkan punca-punca ini di dalam satah kompleks. (10/100)

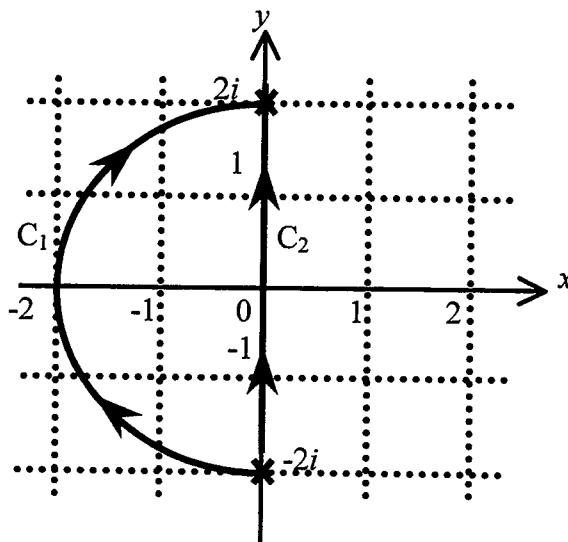
- (e) Nilaikan P^{-1+2i} , dengan jawapan umum diikuti tiga nilai yang pertama. (24/100)

5. Diberi $f(z) = 3z^3 + (1+2i)$

(a) Nilaikan $\int_{-2i}^{2i} f(z) dz$ dengan kamiran biasa. (20/100)

(b) Nilaikan $\int_{-2i}^{2i} f(z) dz$ sepanjang lintasan C_1 (sila rujuk Rajah 1). (40/100)

(c) Nilaikan $\int_{-2i}^{2i} f(z) dz$ sepanjang lintasan C_2 (sila rujuk Rajah 1). (40/100)



Rajah 1

[Nota: Lintasan C_1 ialah satu semi-bulatan dari $(0, -2)$ ke $(0, 2)$ yang berjajari 2 dan berpusat pada $z = 0$]

[Nota: Lintasan C_2 ialah ialah satu garis lurus dari $(0, -2)$ ke $(0, 2)$]

6. Diberi $g(z) = \frac{1}{z^3 + 125}$

- (a) Cari kutub-kutub yang terhingga bagi $g(z)$. (15/100)
- (b) Lakarkan kutub-kutub ini di dalam satah kompleks. (15/100)
- (c) Cari reja-reja bagi $g(z)$ pada kutub-kutub ini. (25/100)
- (d) Nilaikan kamiran, $I = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$ dengan teorem reja. (45/100)