UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

<u>EEE 475 - Analisis Dan Rekabentuk Sistem Kawalan</u>

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON :

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** (7) muka surat berserta Lampiran (5 muka surat) bercetak dan **ENAM (6)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan.

Agihan markah bagi soalan diberikan di sut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. Fungsi pindah satu proses kimia diberikan sebagai:

$$G(s) = \frac{0.5s^3 - 2s^2 + 3}{s^3 + 5s^2 + 7s + 3}$$

(a) Lukiskan graf aliran isyarat bagi realisasi bentuk berkanun bolehkawal sistem tersebut dan tentukan matrik A, B, C dan D kepada sistem itu, berdasarkan graf aliran isyarat tersebut.

(25%)

(b) Lukiskan graf aliran isyarat bagi realisasi bentuk berkanun bolehcerap sistem tersebut dan tentukan matrik A, B, C dan D kepada sistem itu berdasarkan graf aliran isyarat tersebut.

(25%)

(c) Nyatakan fungsi pindah sistem tersebut dalam bentuk pecahan separa.

(20%)

(d) Lukiskan graf aliran isyarat dalam bentuk realisasi DCF atau JCF sistem tersebut dan tentukan matrik A, B, C dan D sistem tersebut berdasarkan kepada graf aliran isyarat tersebut.

(30%)

2. Diberikan persamaan keadaan suatu sistem sebagai:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + u(t)$$

...3/-

(a) Tentukan persamaan ciri sistem tersebut dan carikan fungsi pindah sistem itu.

(20%)

(b) Berikan difinasi kebolehkawalan keadaan dan kebolehcerapan keadaan sesuatu sistem LTIV.

(10%)

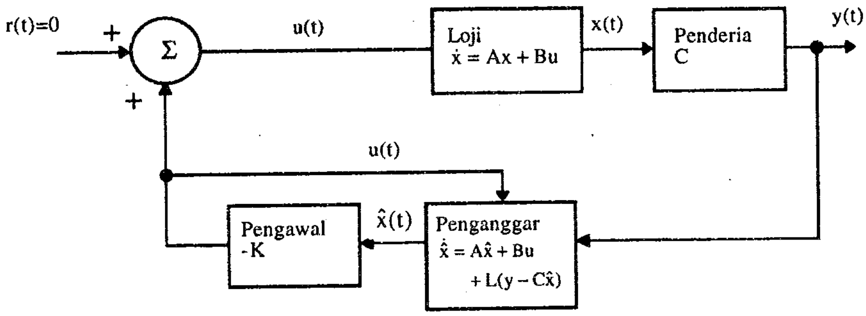
(c) Semak sama ada sistem ini bolehkawal dan bolehcerap.

(20%)

(d) Tentukan matrik peralihan-keadaan $\phi(t)$ dan keadaan x(t) untuk $t \geq 0$, di mana u(t) = 1 dan $x(0) = [1, 1]^T$.

(50%)

3. Gambar rajah blok satu sistem kawalan diberikan di bawah, di mana fungsi pindah gelung terbuka sistem ialah $G(s) = \frac{4}{s^2 - 4}$



(a) Tentukan A, B dan C bagi sistem ini dalam bentuk berkanun pemerhati.

(20%)

...4/-

(b) Kirakan K supaya kutub-kutub gelung-tertutup diletakkan pada $s = -2 \pm j2$.

(30%)

(c) Kirakan L supaya kutub-kutub ralat-penganggar diletakkan pada $s = -4 \pm j4$ dan tuliskan persamaan penganggar tertib-penuh yang dihasilkan.

(30%)

(d) Berikan fungsi pindah u/y kepada pengawal yang dihasilkan.

(20%)

4. Satu loji boleh dinyatakan oleh matrik-matrik berikut:-

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \quad 3]; \quad D = 0$$

(a) Cari K supaya, jika u = -Kx + Nr, sistem gelung-tertutup mempunyai kutub-kutub pada $-2 \pm j2$.

(30%)

(b) Cari N supaya, jika $r = r_\infty =$ pemalar, $y = y_\infty = r_\infty$; wujudnya ralat keadaan-mantap sifar.

(30%)

(c) Tambahkan kepada persamaan loji satu pengamir $\eta = e = y - r$ dan pilih untung K dan K_1 supaya, jika $u = -Kx - K_1\eta$, kutub-kutub gelung-tertutup adalah pada -2, $-1 \pm j\sqrt{2}$. Tunjukkan bahawa sistem tersebut mempunyai ralat keadaan mantap sifar dan sifat ini `robust' terhadap pertukaran dalam A.

(40%)

...5/-

5. Diberikan model suatu proses ialah dalam bentuk:

$$x(k) = \frac{bz^{-1}}{1+az^{-1}} u(k)$$
$$y(k) = x(k) + n(k)$$

di mana u(k) dan y(k) adalah masing-masing masukan dan keluaran yang diukur, dan n(k) ialah satu jujukan bising putih diskret. Menggunakan data dalam jadual 1, tentukan nilai anggaran:

(a) a dan b menggunakan algorithma kuasa dua mudah

(30%)

(b) a dan b selepas satu langkah suatu kaedah kuasa dua teritlak dengan $y^F(0) = 29.97$ dan $u^F(0) = -1.87$.

(50%)

(c) Berikan ulasan terhadap nilai-nilai a dan b dalam (a) dan (b).

(10%)

(d) Bezakan di antara penganggaran dalam-talian dan luar-talian, dan bincangkan secara ringkas mengenai kelebihan dan kelemahan kaedah-kaedah ini.

(10%)

k	1	2	3	4
u(k)	-1	1	1	1
y(k)	-16	0	9	3

Nota : Parameter yang digunakan ialah a = 0.5, b = 8

Jadual 1

6. (a) Persamaan keadaan satu zarah yang mengikuti hukum Newton diberikan sebagai:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

di mana $x = [d \quad v]^T$ dengan d(t) dan v(t) adalah masing-masing kedudukan dan halaju. u(t) ialah suatu masukan pecutan.

(i) Tentukan kawalan optimum gelung-terbuka sistem tersebut untuk meminimumkan indeks prestasi:

$$J(0) = 1/2 \int_0^T ru^2 dt$$

(35%)

(ii) Rekabentuk sistem kawalan suapbalik bagi zarah tersebut berdasarkan pengatur quadratik lelurus keadaan mantap. Aturkan keadaan tersebut kepada sifar sementara meminimumkan:

$$J = 1/2 \int_0^\infty (x^T Q\, x + u^2)\, dt$$

di mana $Q = \begin{bmatrix} q_p^2 & 0 \\ 0 & q_v \end{bmatrix}$

(35%)

(b) Satu angker-terganding motor AT ditentukan oleh persamaan keadaan berikut:-

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -a & -k' \\ k & \alpha \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u$$

di mana $x = [i \quad w]^T$ dengan $i(t)$ arus angker, $w(t)$ kelajuan motor, $u(t)$ voltan angker, $1/a$ pemalar masa elektrik dan $1/\alpha$ pemalar masa mekanik. Tentukan untung suapbalik K dan kawalan optimum u sementara meminimumkan:

$$J = 1/2\, x^T(T) \begin{bmatrix} s_i & 0 \\ 0 & s_w \end{bmatrix} x(T) \quad + \quad 1/2 \int_0^T \left[X^T \begin{bmatrix} q_i & 0 \\ 0 & q_w \end{bmatrix} x + ru^2 \right] dt$$

Nota: Tinggalkan jawapan anda dalam sebutan s_1, s_2 dan s_3

(30%)

ooo0ooo

LAMPIRAN

Laplace Transform Table

Laplace Transform $F(s)$	Time Function $f(t)$
1	Unit-impulse function $\delta(t)$
$\frac{1}{s}$	Unit-step function $u_s(t)$
$\frac{1}{s^2}$	Unit-ramp function t
$\frac{n!}{s^{n+1}}$	t^n (n = positive integer)
$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$	$te^{-\alpha t}$
$\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$	$t^n e^{-\alpha t}$ (n = positive integer)
$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1}{\beta-\alpha}(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})\ (\alpha \neq \beta)$
$\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1}{\beta-\alpha}(\beta e^{-\beta t}-\alpha e^{-\alpha t})\ (\alpha \neq \beta)$
$\frac{1}{s(s+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2}(1-e^{-\alpha t}-\alpha t e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha^2}(\alpha t-1+e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s^2(s+\alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2}\left[t-\frac{1}{\alpha}+\left(t+\frac{2}{\alpha}\right)e^{-\alpha t}\right]$

LAMPIRAN

Laplace Transform Table (continued)

Laplace Transform $F(s)$	Time Function $f(t)$
$\frac{s}{(s+\alpha)^2}$	$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$
$\frac{\omega_n^2}{s^2+\omega_n^2}$	$\sin \omega_n t$
$\frac{s}{s^2+\omega_n^2}$	$\cos \omega_n t$
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+\omega_n^2)}$	$1-\cos \omega_n t$
$\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2+\omega_n^2}$	$\omega_n\sqrt{\alpha^2+\omega_n^2}\sin(\omega_n t+\theta)$ where $\theta=\tan^{-1}(\omega_n/\alpha)$
$\frac{\omega_n}{(s+\alpha)(s^2+\omega_n^2)}$	$\frac{\omega_n}{\alpha^2+\omega_n^2}e^{-\alpha t}+\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\omega_n^2}}\sin(\omega_n t-\theta)$ where $\theta=\tan^{-1}(\omega_n/\alpha)$
$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t \quad (\zeta<1)$
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$	$1-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\theta)$ where $\theta=\cos^{-1}\zeta \quad (\zeta<1)$
$\frac{s\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{-\omega_n^2}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t-\theta)$ where $\theta=\cos^{-1}\zeta \quad (\zeta<1)$
$\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\omega_n\sqrt{\frac{\alpha^2-2\alpha\zeta\omega_n+\omega_n^2}{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\theta)$ where $\theta=\tan^{-1}\frac{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{\alpha-\zeta\omega_n} \quad (\zeta<1)$
$\frac{\omega_n^2}{s^2(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$	$t-\frac{2\zeta}{\omega_n}+\frac{1}{\omega_n^2\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t+\theta)$ where $\theta=\cos^{-1}(2\zeta^2-1) \quad (\zeta<1)$

LAMPIRAN

z-Transform Table

Laplace Transform	Time Function	z-Transform
1	Unit impulse $\delta(t)$	1
$\frac{1}{s}$	Unit step $u_s(t)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{1-e^{-Ts}}$	$\delta_T(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t-nT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	t	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$\frac{1}{s^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}$	$\lim_{\alpha\to 0} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial \alpha^n}\left[\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}\right]$
$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}$
$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$	$te^{-\alpha t}$	$\frac{Tze^{-\alpha T}}{(z-e^{-\alpha T})^2}$
$\frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$	$1-e^{-\alpha t}$	$\frac{(1-e^{-\alpha T})z}{(z-1)(z-e^{-\alpha T})}$
$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\sin \omega t$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z\cos \omega T + 1}$
$\frac{\omega}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$	$e^{-\alpha t} \sin \omega t$	$\frac{ze^{-\alpha T}\sin \omega T}{z^2 - 2ze^{-\alpha T}\cos \omega T + e^{-2\alpha T}}$
$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\cos \omega t$	$\frac{z(z-\cos \omega T)}{z^2 - 2z\cos \omega T + 1}$
$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\omega^2}$	$e^{-\alpha t}\cos \omega t$	$\frac{z^2 - ze^{-\alpha T}\cos \omega T}{z^2 - 2ze^{-\alpha T}\cos \omega T + e^{-2\alpha T}}$

LAMPIRAN

OPEN-LOOP LINEAR QUADRATIC CONTROLLER

System model:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad t \geq t_0, \qquad x(t_0) = x_0 \text{ given}$$

Desired final state:

$$x(T) = r_T, \qquad r_T \text{ given}$$

Performance index:

$$J(t_0) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T} u^T R u \, dt, \qquad R > 0$$

Optimal Open-Loop Control:

Lyapunov equation:

$$\dot{P} = AP + PA^T + BR^{-1}B^T, \qquad P(t_0) = 0$$

Open-loop control:

$$u(t) = R^{-1}B^T e^{A^T(T-t)} P^{-1}(T) d(t_0, T)$$

where $d(t_0, T) = r_T - e^{A(T-t_0)}x_0$

Optimal cost:

$$J(t_0) = \frac{1}{2} d^T(t_0, T) P^{-1}(T) d(t_0, T)$$

CONTINUOUS LINEAR QUADRATIC REGULATOR

System model:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad t \geq t_0, \qquad x(t_0) = x_0 \text{ given}$$

Performance index:

$$J(t_0) = \frac{1}{2} x^T(T)S(T)x(T) + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T} (x^T Q x + u^T R u) \, dt.$$

with:

$$S(T) \geq 0, \qquad Q \geq 0, \qquad R > 0$$

Optimal feedback control:

Riccati equation:

$$-\dot{S} = A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q, \qquad t \leq T, \qquad S(T) \text{ given}$$

Kalman gain:

$$K = R^{-1}B^T S$$

Time-varying feedback:

$$u = -K(t)x$$

Optimal cost:

CC4

$$J(t_0) = \frac{1}{2} x_0^T S(t_0) x_0$$

LAMPIRAN

CONTINUOUS NONLINEAR OPTIMAL CONTROLLER

System model:

$$\dot{x} = f(x, u, t), \qquad t \geq t_0, \qquad t_0 \text{ fixed}$$

Performance index:

$$J(t_0) = \phi(x(T), T) + \int_{t_0}^{T} L(x, u, t)\, dt$$

Final state constraint:

$$\Psi(x(T), T) = 0$$

Optimal Controller:

Hamiltonian:

$$H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$$

State equation:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f, \qquad t \geq t_0$$

Costate equation:

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial f^T}{\partial x}\lambda + \frac{\partial L}{\partial x}, \qquad t \leq T$$

Stationarity condition:

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial f^T}{\partial u}\lambda$$

Boundary conditions:

$$x(t_0) \text{ given}$$

$$(\phi_x + \Psi_x^T \nu - \lambda)^T\big|_T dx(T) + (\phi_t + \Psi_t^T \nu + H)\big|_T dT = 0$$