

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1996/97

April 1997

EUM 221 - Kebarangkalian dan Statistik Gunaan

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH (7) muka surat bercetak** dan **ENAM (6) soalan** serta **LIMA (5) lampiran** sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **EMPAT (4) soalan** sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.
Mesinkira boleh digunakan.

.../2

1. (a) Sebutkan TIGA sifat penganggar titik.

(5 markah)

- (b) Fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi suatu taburan normal dengan min μ dan varians σ^2 diberikan seperti yang berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \text{ bagi } -\infty < x < \infty$$

Jika sampel rawak x_1, x_2, \dots, x_n bersaiz n dikutip, cari penganggar kebolehjadian maksimum bagi μ dan σ^2 .

(10 markah)

- (c) Andaikan x_1, x_2 dan x_3 merupakan sampel rawak daripada taburan eksponen dengan min θ , iaitu, $E(x_i) = \theta$ apabila $i = 1, 2, 3$. Pertimbangkan tiga penganggar bagi θ :

$$\hat{\theta}_1 = \bar{x} \quad \hat{\theta}_2 = x_1 \quad \hat{\theta}_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Cari penganggar yang mempunyai sifat-sifat terbaik antara ketiga-tiga penganggar ini.

(10 markah)

.../3

2. (a) Andaikan x dan y masing-masingnya menandakan masa hayat bagi bagi dua jenis komponen berbeza dalam suatu sistem elektronik. Fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi x dan y adalah :

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8} x e^{-(x+y)/2} & \text{jika } x > 0; y > 0 \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}$$

Tunjukkan bahawa x dan y adalah tak bersandar.

(10 markah)

- (b) Minyak tanah untuk dagangan disimpan dalam suatu tangki besar pada setiap awal minggu. Disebabkan bekalan yang terhad, kadaran (ditandakan dengan pemboleh ubah rawak x) bagi kapasiti tangki yang sedia untuk dijual dan kadaran (ditandakan dengan pemboleh ubah rawak y) bagi kapasiti tangki yang sebenarnya dijual adalah pemboleh ubah rawak selanjar. Fungsi taburan bercantum bagi x dan y diberikan oleh:

$$f(x,y) = \begin{cases} 4x^2 & \text{jika } 0 \leq y \leq x; 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}$$

Cari kovarians bagi x dan y .

(15 markah)

.../4

3. (a) Pertimbangkan dua pemboleh ubah rawak, X_1 dan X_2 yang tak bersandar antara satu sama lain dan masing-masingnya mempunyai min populasi μ_1 dan μ_2 serta varians populasi masing-masingnya σ_1^2 dan σ_2^2 . Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tak diketahui tetapi andaikan bahawa $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, tunjukkan bahawa selang keyakinan $100(1 - \alpha)\%$ bagi $(\mu_1 - \mu_2)$ adalah

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{\alpha/2; n_1 + n_2 - 2} S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Terangkan dengan jelas maksud setiap pemboleh ubah dan simbol yang digunakan.

(15 markah)

- (b) Rintangan bagi dua jenis wayar sedang disiasat. Sampel yang berikut telah diperoleh:

Wayar	Rintangan (ohm)					
	1	0.140	0.141	0.139	0.140	0.138
2	0.135	0.138	0.140	0.139	-	-

Dengan mengandaikan bahawa varians bagi populasi rintangan dua jenis wayar ini adalah sama, cari selang keyakinan 95% bagi perbezaan antara min rintangan sebenar dua wayar itu.

(10 markah)

.../5

- 5 -

4. Masa tindak balas dalam milisaat telah ditentukan bagi tiga jenis litar berlainan yang digunakan dalam kalkulator elektronik. Keputusan telah diperoleh adalah seperti yang berikut;

Jenis litar	Tindak balas				
	1	19	22	20	18
2	20	21	33	27	40
3	16	15	18	26	17

- (a) Dengan menggunakan $\alpha = 0.01$, ujikan hipotesis nol bahawa tiga jenis litar berlainan itu mempunyai MIN masa tindak balas yang sama.

(12 markah)

- (b) Cari plot kebarangkalian normal bagi reja dan berikan komen yang sesuai.

(13 markah)

.../6

5. Satu kajian telah dilakukan terhadap kehausan gelas, y dan hubungannya dengan x_1 = kelikatan minyak dan x_2 = beban. Data yang berikut telah telah diperolehi:

y	x_1	x_2
193	1.6	851
230	15.5	816
172	22.0	1058
91	43.0	1201
113	33.0	1357
125	40.0	1115

- (a) Jika diberikan bahawa:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 8.595 & 0.081 & -0.01 \\ 0.081 & 0.002 & -1.269 \times 10^{-4} \\ -0.01 & -1.269 \times 10^{-4} & 1.233 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

suaikan model regresi linear berganda bagi data yang diberikan di atas.

(5 markah)

- (b) Dengan menggunakan model regresi linear berganda yang diperoleh di atas, dapatkan nilai kehausan gelas apabila $x_1 = 25$ dan $x_2 = 1000$.

β

(5 markah)

- (c) Ujikan kecukupan model menggunakan $\alpha = 0.05$.

(10 markah)

- (d) Kirakan nilai R^2 bagi model ini.

(5 markah)

R^2

.../7

- 7 -

6. (a) Berikan takrif istilah yang berikut:

- (i) ralat jenis I
- (ii) ralat jenis II
- (iii) kuasa bagi suatu ujian berstatistik.

(5 markah)

(b) Suatu analisis telah dilakukan terhadap 714 orang pekerja yang telah tercedera semasa bertugas. Taburan kecederaan bagi pekerja yang bekerja selama lapan jam diberikan seperti yang berikut:

Jam dalam pekerjaan	1	2	3	4	5	6	7	8
Bilangan kecederaan	93	71	79	72	98	89	102	110

Adakah terdapat bukti bahawa kebarangkalian berlakunya kecederaan adalah tinggi pada masa-masa yang tertentu?

Gunakan $\alpha = 0.01$.

(10 markah)

(c) Seorang jurutera elektrik sedang merekabentuk suatu litar yang boleh menghasilkan amaun arus elektrik yang maksimum kepada tiub paparan supaya dapat mengeluarkan bayangan yang cukup terang. Beliau telah mencipta dua jenis litar dan sedang mengujinya.

Data (dalam mikroampere) diberikan seperti yang berikut:

Litar 1	251	255	258	257	250	251	254	250	248
Litar 2	250	253	249	256	259	252	260	251	

Gunakan ujian hasil tambah pangkat Wilcoxon untuk menguji

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ melawan $H_1: \mu_1 > \mu_2$. Pilih $\alpha = 0.05$.

(10 markah)

oooOOOooo

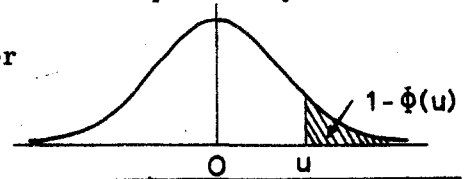
Table 3

LAMPIRAN

AREAS IN TAIL OF THE NORMAL DISTRIBUTION

(EUM 221)

The function tabulated is $1 - \Phi(u)$ where $\Phi(u)$ is the cumulative distribution function of a standardised Normal variable u . Thus $1 - \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^\infty e^{-x^2/2} dx$ is the probability that a standardised Normal variable selected at random will be greater than a value of u ($= \frac{x-\mu}{\sigma}$).



$\frac{(x - \mu)}{\sigma}$.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
3.0	.00135									
3.1	.00097									
3.2	.00069									
3.3	.00048									
3.4	.00034									
3.5	.00023									
3.6	.00016									
3.7	.00011									
3.8	.00007									
3.9	.00005									
4.0	.00003									

Table 7

PERCENTAGE POINTS OF THE t DISTRIBUTION

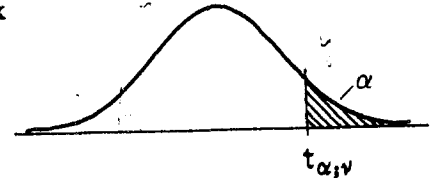
LAMPIRAN (EUM 221)

The table gives the value of $t_{\alpha;\nu}$ — the 100α percentage point of the t distribution for ν degrees of freedom.

The values of t are obtained by solution of the equation:-

$$\alpha = \Gamma\{\frac{1}{2}(\nu+1)\} \{\Gamma(\frac{1}{2}\nu)\}^{-1} (\nu\pi)^{-1/2} \int_t^{\infty} (1 + x^2/\nu)^{-(\nu + 1)/2} dx$$

Note. The tabulation is for one tail only i.e. for positive values of t . For $|t|$ the column headings for α must be doubled.



$\alpha =$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
$\nu = 1$	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

This table is taken from Table III of Fisher & Yates: Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research, published by Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, and by permission of the authors and publishers and also from Table 12 of Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1, by permission of the Biometrika Trustees.

Table 9

LAMPIRAN (EUM 221)

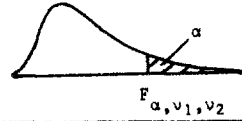
PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION

The table gives the values of $F_{\alpha; \nu_1, \nu_2}$ the 100 α percentage point of the F distribution having ν_1 degrees of freedom in the numerator and ν_2 degrees of freedom in the denominator.

For each pair of values of ν_1 and ν_2 , $F_{\alpha; \nu_1, \nu_2}$ is tabulated for $\alpha = 0.05, 0.025, 0.01, 0.001$, the 0.025 values being bracketed.

The lower percentage points of the distribution may be obtained from the relation:-

$$F_{1-\alpha; \nu_1, \nu_2} = 1/F_{\alpha; \nu_2, \nu_1}$$



e.g. $F_{.95; 12, 8} = 1/F_{.05; 8, 12} = 1/2.85 = 0.351$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	24	∞
1	161.4 (848) 4052 4053*	199.5 (800) 5000 5000*	215.7 (864) 5403 5404*	224.6 (900) 5625 5625*	230.2 (922) 5764 5764*	234.0 (937) 5859 5859*	236.8 (948) 5928 5929*	238.9 (957) 5981 5981*	241.9 (969) 6056 6056*	243.9 (977) 6106 6107*	249.0 (997) 6235 6235*	254.3 (1018) 6366 6366*
2	18.5 (38.5) 98.5 998.5	19.0 (39.0) 99.0 999.0	19.2 (39.2) 99.2 999.2	19.2 (39.2) 99.2 999.2	19.3 (39.3) 99.3 999.3	19.3 (39.3) 99.3 999.3	19.4 (39.4) 99.4 999.4	19.4 (39.4) 99.4 999.4	19.4 (39.4) 99.4 999.4	19.4 (39.4) 99.4 999.4	19.5 (39.5) 99.5 999.5	19.5 (39.5) 99.5 999.5
3	10.13 (17.4) 34.1 167.0	9.55 (16.0) 30.8 148.5	9.28 (15.4) 29.5 141.1	9.12 (15.1) 28.7 137.1	9.01 (14.9) 28.2 134.6	8.94 (14.7) 27.9 132.8	8.89 (14.6) 27.7 131.5	8.85 (14.5) 27.5 130.6	8.79 (14.4) 27.2 129.2	8.74 (14.3) 27.1 128.3	8.64 (14.1) 26.6 125.9	8.53 (13.9) 26.1 123.5
4	7.71 (12.22) 21.2 74.14	6.94 (10.65) 18.0 61.25	6.59 (9.98) 16.7 56.18	6.39 (9.60) 16.0 53.44	6.26 (9.36) 15.5 51.71	6.16 (9.20) 15.2 50.53	6.09 (9.07) 15.0 49.66	6.04 (8.98) 14.8 49.00	5.96 (8.84) 14.5 48.05	5.91 (8.75) 14.4 47.41	5.77 (8.51) 13.9 45.77	5.63 (8.26) 13.5 44.05
5	6.61 (10.01) 16.26 47.18	5.79 (8.43) 13.27 37.12	5.41 (7.76) 12.06 33.20	5.19 (7.39) 11.39 31.09	5.05 (7.15) 10.97 29.75	4.95 (6.98) 10.67 28.83	4.88 (6.85) 10.46 28.16	4.82 (6.76) 10.29 27.65	4.74 (6.62) 10.05 26.92	4.68 (6.52) 9.89 26.42	4.53 (6.28) 9.47 25.14	4.36 (6.02) 9.02 23.79
6	5.99 (8.81) 13.74 35.51	5.14 (7.26) 10.92 27.00	4.76 (6.60) 9.78 23.70	4.53 (6.23) 9.15 21.92	4.39 (5.99) 8.75 20.80	4.28 (5.82) 8.47 20.03	4.21 (5.70) 8.26 19.46	4.15 (5.60) 8.10 19.03	4.06 (5.46) 7.87 18.41	4.00 (5.37) 7.72 17.99	3.84 (5.12) 7.31 16.90	3.67 (4.85) 6.88 15.75
7	5.59 (8.07) 12.25 29.25	4.74 (6.54) 9.55 21.69	4.35 (5.89) 8.45 18.77	4.12 (5.52) 7.85 17.20	3.97 (5.29) 7.46 16.21	3.87 (5.12) 7.19 15.52	3.79 (4.99) 6.99 15.02	3.73 (4.90) 6.84 14.63	3.64 (4.78) 6.62 14.08	3.57 (4.67) 6.47 13.71	3.41 (4.42) 6.07 12.73	3.23 (4.14) 5.65 11.70
8	5.32 (7.57) 11.26 25.42	4.46 (6.06) 8.65 18.49	4.07 (5.42) 7.59 15.83	3.84 (5.05) 7.01 14.39	3.69 (4.82) 6.63 13.48	3.58 (4.65) 6.37 12.86	3.50 (4.53) 6.18 12.40	3.44 (4.43) 6.03 12.05	3.35 (4.30) 5.81 11.54	3.28 (4.20) 5.67 11.19	3.12 (3.95) 5.28 10.30	2.93 (3.67) 4.86 9.34
9	5.12 (7.21) 10.56 22.86	4.26 (5.71) 8.02 16.39	3.86 (5.08) 6.99 13.90	3.63 (4.72) 6.42 12.56	3.48 (4.48) 6.06 11.71	3.37 (4.32) 5.80 11.13	3.29 (4.20) 5.61 10.69	3.23 (4.10) 5.47 10.37	3.14 (3.96) 5.26 9.87	3.07 (3.87) 5.11 9.57	2.90 (3.61) 4.73 8.72	2.71 (3.33) 4.31 7.81
10	4.96 (6.94) 10.04 21.04	4.10 (5.46) 7.56 14.91	3.71 (4.83) 6.55 12.55	3.48 (4.47) 5.99 11.28	3.33 (4.24) 5.64 10.48	3.22 (4.07) 5.39 9.93	3.14 (3.95) 5.20 9.52	3.07 (3.85) 5.06 9.20	2.98 (3.72) 4.85 8.74	2.91 (3.62) 4.71 8.44	2.74 (3.37) 4.33 7.64	2.54 (3.08) 3.91 6.76
11	4.84 (6.72) 9.65 19.69	3.98 (5.26) 7.21 13.81	3.59 (4.63) 6.22 11.56	3.36 (4.28) 5.67 10.35	3.20 (4.04) 5.32 9.58	3.09 (3.88) 5.07 9.05	3.01 (3.78) 4.89 8.66	2.95 (3.66) 4.74 8.35	2.85 (3.53) 4.54 7.92	2.79 (3.43) 4.40 7.63	2.61 (3.17) 4.02 6.85	2.40 (2.88) 3.60 6.00
12	4.75 (6.55) 9.33 18.64	3.89 (5.10) 6.93 12.97	3.49 (4.47) 5.95 10.80	3.26 (4.12) 5.41 9.63	3.11 (3.89) 5.08 8.89	3.00 (3.73) 4.82 8.38	2.91 (3.61) 4.64 8.00	2.85 (3.51) 4.50 7.71	2.75 (3.37) 4.30 7.29	2.69 (3.28) 4.16 7.00	2.51 (3.02) 3.78 6.25	2.30 (2.72) 3.36 5.42
13	4.67 (6.41) 9.07 17.82	3.81 (4.97) 6.70 12.31	3.41 (4.35) 5.74 10.21	3.18 (4.00) 5.21 9.07	3.03 (3.77) 4.86 8.35	2.92 (3.60) 4.62 7.86	2.83 (3.48) 4.44 7.49	2.77 (3.39) 4.30 7.21	2.67 (3.25) 4.10 6.80	2.60 (3.15) 3.96 6.52	2.42 (2.89) 3.59 5.78	2.21 (2.60) 3.17 4.97

* Entries marked thus must be multiplied by 100

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	24	∞
14	4.60 (6.30) 8.86 17.14	3.74 (4.86) 6.51 11.78	3.34 (4.24) 5.56 9.73	3.11 (3.89) 5.04 8.62	2.96 (3.66) 4.70 7.92	2.85 (3.50) 4.46 7.44	2.76 (3.38) 4.28 7.08	2.70 (3.29) 4.14 6.80	2.60 (3.15) 3.94 6.40	2.53 (3.05) 3.80 6.13	2.35 (2.79) 3.43 5.41	2.13 (2.49) 3.00 4.60
16	4.49 (6.12) 8.53 16.12	3.63 (4.69) 6.23 10.97	3.24 (3.98) 5.29 9.01	3.01 (3.73) 4.77 7.94	2.85 (3.50) 4.44 7.27	2.74 (3.34) 4.20 6.80	2.66 (3.22) 4.03 6.46	2.59 (3.12) 3.89 6.19	2.49 (2.99) 3.69 5.81	2.42 (2.89) 3.55 5.55	2.24 (2.63) 3.18 4.85	2.01 (2.32) 2.75 4.06
18	4.41 (5.98) 8.29 15.38	3.55 (4.56) 6.01 10.39	3.16 (3.95) 5.09 8.49	2.93 (3.61) 4.58 7.46	2.77 (3.38) 4.25 6.81	2.66 (3.22) 4.01 6.35	2.58 (3.10) 3.84 6.02	2.51 (3.01) 3.71 5.78	2.41 (2.87) 3.51 5.39	2.34 (2.77) 3.37 5.13	2.15 (2.50) 3.00 4.45	1.92 (2.19) 2.57 3.67
20	4.35 (5.87) 8.10 14.82	3.49 (4.46) 5.85 9.95	3.10 (3.86) 4.94 8.10	2.87 (3.51) 4.43 7.10	2.71 (3.29) 4.10 6.46	2.60 (3.13) 3.87 6.02	2.51 (3.01) 3.70 5.69	2.45 (2.91) 3.56 5.44	2.35 (2.77) 3.37 5.08	2.28 (2.68) 3.23 4.82	2.08 (2.41) 2.86 4.15	1.84 (2.09) 2.42 3.38
22	4.30 (5.79) 7.95 14.38	3.44 (4.38) 5.72 9.61	3.05 (3.78) 4.82 7.80	2.82 (3.44) 4.31 6.81	2.66 (3.22) 3.99 6.19	2.55 (3.05) 3.76 5.76	2.46 (2.93) 3.59 5.44	2.40 (2.84) 3.45 5.19	2.30 (2.70) 3.26 4.83	2.23 (2.60) 3.12 4.58	2.03 (2.33) 2.75 3.92	1.78 (2.00) 2.31 3.15
24	4.26 (5.72) 7.82 14.03	3.40 (4.32) 5.61 9.34	3.01 (3.72) 4.72 7.55	2.78 (3.38) 4.22 6.59	2.62 (3.15) 3.90 5.98	2.51 (2.99) 3.67 5.55	2.42 (2.87) 3.50 5.23	2.36 (2.78) 3.36 4.99	2.25 (2.64) 3.17 4.64	2.18 (2.54) 3.03 4.39	1.98 (2.27) 2.66 3.74	1.73 (1.94) 2.21 2.97
26	4.23 (5.66) 7.72 13.74	3.37 (4.27) 5.53 9.12	2.98 (3.67) 4.64 7.36	2.74 (3.33) 4.14 6.41	2.59 (3.10) 3.82 5.80	2.47 (2.94) 3.59 5.38	2.39 (2.82) 3.42 5.07	2.32 (2.73) 3.29 4.83	2.22 (2.59) 3.09 4.48	2.15 (2.49) 2.96 4.24	1.95 (2.22) 2.58 3.59	1.69 (1.88) 2.13 2.82
28	4.20 (5.61) 7.64 13.50	3.34 (4.22) 5.45 8.93	2.95 (3.63) 4.57 7.19	2.71 (3.29) 4.07 6.25	2.56 (3.06) 3.75 5.66	2.45 (2.90) 3.53 5.24	2.36 (2.78) 3.36 4.93	2.29 (2.69) 3.23 4.69	2.19 (2.55) 3.03 4.35	2.12 (2.45) 2.90 4.11	1.91 (2.17) 2.52 3.46	1.65 (1.83) 2.06 2.69
30	4.17 (5.57) 7.56 13.29	3.32 (4.18) 5.39 8.77	2.92 (3.59) 4.51 7.05	2.69 (3.25) 4.02 6.12	2.53 (3.03) 3.70 5.53	2.42 (2.87) 3.47 5.12	2.33 (2.75) 3.30 4.82	2.27 (2.65) 3.17 4.58	2.16 (2.51) 2.98 4.24	2.09 (2.41) 2.84 4.00	1.89 (2.14) 2.47 3.36	1.62 (1.79) 2.01 2.59
40	4.08 (5.42) 7.31 12.61	3.23 (4.05) 5.18 8.25	2.84 (3.46) 4.31 6.59	2.61 (3.13) 3.83 5.70	2.45 (2.90) 3.51 5.13	2.34 (2.74) 3.29 4.73	2.25 (2.62) 3.12 4.44	2.18 (2.53) 2.99 4.21	2.08 (2.39) 2.80 3.87	2.00 (2.29) 2.66 3.64	1.79 (2.01) 2.29 3.01	1.51 (1.64) 1.80 2.23
60	4.00 (5.29) 7.08 11.97	3.15 (3.93) 4.98 7.77	2.76 (3.34) 4.13 6.17	2.53 (3.01) 3.65 5.31	2.37 (2.79) 3.34 4.76	2.25 (2.63) 3.12 4.37	2.17 (2.51) 2.95 4.09	2.10 (2.41) 2.82 3.86	1.99 (2.27) 2.63 3.54	1.92 (2.17) 2.50 3.32	1.70 (1.88) 2.12 2.69	1.39 (1.48) 1.60 1.89
120	3.92 (5.15) 6.85 11.38	3.07 (3.80) 4.79 7.32	2.68 (3.23) 3.95 5.78	2.45 (2.89) 3.48 4.95	2.29 (2.67) 3.17 4.42	2.18 (2.52) 2.96 4.04	2.09 (2.39) 2.79 3.77	2.02 (2.30) 2.66 3.55	1.91 (2.16) 2.47 3.24	1.83 (2.05) 2.34 3.02	1.61 (1.76) 1.95 2.40	1.25 (1.31) 1.38 1.54
∞	3.84 (5.02) 6.63 10.83	3.00 (3.69) 4.61 6.91	2.60 (3.12) 3.78 5.42	2.37 (2.79) 3.32 4.62	2.21 (2.57) 3.02 4.10	2.10 (2.41) 2.80 3.74	2.01 (2.29) 2.64 3.47	1.94 (2.19) 2.51 3.27	1.83 (2.05) 2.32 2.96	1.75 (1.94) 2.18 2.74	1.52 (1.64) 1.79 2.13	1.00 (1.00) 1.00 1.00

This table is taken from Table V of Fisher & Yates: Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research, published by Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, and by permission of the authors and publishers and also from Table 18 of Biometrika Tables for Statisticians, Volume 1, by permission of the Biometrika Trustees.

Table X Critical Values for the Wilcoxon Signed-Rank Test

		w_n^*			
n^*	α	0.10	0.05	0.02	0.01
		0.05	0.025	0.01	0.005
		two-sided tests		one-sided tests	
4					
5		0			
6		2	0		
7		3	2	0	
8		5	3	1	0
9		8	5	3	1
10		10	8	5	3
11		13	10	7	5
12		17	13	9	7
13		21	17	12	9
14		25	21	15	12
15		30	25	19	15
16		35	29	23	19
17		41	34	27	23
18		47	40	32	27
19		53	46	37	32
20		60	52	43	37
21		67	58	49	42
22		75	65	55	48
23		83	73	62	54
24		91	81	69	61
25		100	89	76	68

LAMPIRAN (EUM 221)

If $n > 25$, W^+ (or W^-) is approximately normally distributed with mean $(n+1)/4$ and variance $n(n+1)(2n+1)/24$.

Table XI Critical Values for the Wilcoxon Rank-Sum Test

		w_{n_1, n_2}												
n_2	n_1^a	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
		4		10										
5		11	17											
6		12	18	26										
7		13	20	27	36									
8		14	21	29	38	49								
9		15	22	31	40	51	63							
10		15	23	32	42	53	65	78						
11		16	24	34	44	55	68	81	96					
12		17	26	35	46	58	71	85	99	115				
13		18	27	37	48	60	73	88	103	119	137			
14		19	28	38	50	63	76	91	106	123	141	160		
15		20	29	40	52	65	79	94	110	127	145	164	185	
16		21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	169		
17		21	32	43	56	70	84	100	117	135	154			
18		22	33	45	58	72	87	103	121	139				
19		23	34	46	60	74	90	107	124					
20		24	35	48	62	77	93	110						
21		25	37	50	64	79	95							
22		26	38	51	66	82								
23		27	39	53	68									
24		28	40	55										
25		28	42											
26		29												
27														
28														

or n_1 and $n_2 > 8$, W_1 is approximately normally distributed with mean $\frac{1}{2}n_1(n_1 + n_2 + 1)$ and variance $\frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{12}$.