
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

JIM 311 – Analisis Vektor

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

...2/-

1. (a) Cari suatu vektor unit yang berserenjang dengan vektor $3\hat{i} + 4\hat{j}$ dan $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

(15 markah)

- (b) Diberi $\underline{x} + \underline{a} = (\underline{a} \cdot \underline{x})\underline{b}$ dan $\underline{a} \cdot \underline{b} \neq 1$. Cari \underline{x} .

(30 markah)

- (c) Cari α dan β jika

$$(\alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \hat{k}) \times (2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) = \hat{i} - \hat{j}.$$

(15 markah)

- (d) Berikan takrifan hasildarab skalar dan hasildarab vektor bagi dua vektor \underline{a} dan \underline{b} .

Deduksikan rumus

$$|\underline{a} \times \underline{b}|^2 = a^2b^2 - (\underline{a} \cdot \underline{b})^2.$$

(40 markah)

2. (a) Dua garis pencong diberi oleh persamaan vektor

$$\underline{r}_1 = 3\hat{j} + \lambda(2\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$\text{dan } \underline{r}_2 = 2\hat{i} + \hat{k} + \mu(\hat{j} + \hat{k}).$$

Tunjukkan bahawa vektor $4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ adalah berserenjang kepada kedua-dua garis tersebut. Seterusnya, cari jarak terdekat di antara garis berkenaan.

(35 markah)

- (b) Cari persamaan vektor bagi suatu satah yang melalui titik (0, 1, 6) dan selari dengan satah $\underline{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j}) = 3$. Apakah jarak satah tersebut dari asalan?

(30 markah)

...3/-

- (c) Vektor kedudukan suatu titik P pada masa t diberi oleh

$$\underline{r} = (a \cos t)\hat{i} + (a \sin t)\hat{j} + (at)\hat{k},$$

a adalah malar.

Tunjukkan titik P berada pada jarak malar dari suatu garis lurus tetap.

Diberi vektor kedudukan titik Q dan R masing-masing ialah $(a\hat{i} + a\hat{j})$ dan $(a\hat{i} + a\hat{j} + a\hat{k})$. Cari masa t supaya segitiga PQR adalah minimum.

(35 markah)

3. (a) Cari terbitan berarah bagi medan skalar $\phi = x^2yz + 4xz^2$ dalam arah vektor $2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ di titik P(1, -2, -1).

(30 markah)

- (b) (i) Diberi medan vektor $\underline{F} = xy\hat{i} + yz\hat{j} + zx\hat{k}$, tentusahkan identiti

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{F}) = \underline{\nabla}(\underline{\nabla} \cdot \underline{F}) - \underline{\nabla}^2 \underline{F}$$

yang mana operator Laplacian $\underline{\nabla}^2$ ditakrifkan oleh

$$\underline{\nabla}^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

- (ii) Medan vektor \underline{E} dan \underline{H} adalah solenoidal dan dihubungkan oleh persamaan

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t}$$

dan $\underline{\nabla} \times \underline{H} = \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t},$

yang mana μ dan ϵ adalah pemalar. Tunjukkan bahawa \underline{E} dan \underline{H} memenuhi persamaan

$$\underline{\nabla}^2 \underline{E} = \epsilon \mu \frac{\partial^2 \underline{H}}{\partial t^2}$$

[Petunjuk: Anda boleh guna identiti dalam bahagian (i) tanpa bukti].

(70 markah)

...4/-

4. (a) Jika daya $\lambda \overline{AB}$ dan $\mu \overline{AC}$ bertindak di sepanjang garis AB dan AC, tunjukkan daya paduan ialah $(\lambda + \mu) \overline{AD}$, di sini D ialah titik pada BC dengan keadaan $BD:DC = \mu : \lambda$.

Diberi vektor kedudukan titik A, B dan C masing-masing ialah $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ dan $7\hat{i}$ dengan unit jarak diberi dalam meter. Daya bermagnitud 10N dan 7N masing-masing bertindak di sepanjang AB dan AC. Jika D ialah titik pada BC, cari daya paduan dalam bentuk $n \overline{AD}$ dengan memberi nilai n dan vektor kedudukan D.

(50 markah)

- (b) Diberi medan vektor

$$\underline{F} = y^2 \cos x \hat{i} + (2y \sin x + e^{2x}) \hat{j} + 2ye^{2z} \hat{k}.$$

- (i) Tunjukkan kamiran garis

$$\int_C \underline{F} \cdot d\underline{r}$$

tidak bersandar kepada lintasan C .

- (ii) Cari fungsi keupayaan ϕ untuk \underline{F} supaya

$$\underline{F} = \underline{\nabla} \phi.$$

- (iii) Nilaikan kamiran garis

$$\int_C \underline{F} \cdot d\underline{r}$$

di sepanjang suatu lengkung C dari titik

$$P\left(0, 1, \frac{1}{2}\right) \text{ ke titik } Q\left(\frac{\pi}{2}, 3, 2\right).$$

(50 markah)

...5/-

5. (a) Katakan S adalah permukaan yang diberi oleh persamaan

$$\underline{r}(u, v) = x(u, v)\hat{i} + y(u, v)\hat{j} + z(u, v)\hat{k}$$

dan $\underline{F}(x, y, z)$ adalah medan vektor yang tertakrif di atas S. Tunjukkan bahawa

$$\iint_S \underline{F} \cdot \hat{n} \, dS = \iint_S \underline{F} \cdot \left(\frac{\partial \underline{r}}{\partial u} \wedge \frac{\partial \underline{r}}{\partial v} \right) du \, dv$$

yang mana \hat{n} adalah normal unit pada S.

(40 markah)

- (b) Katakan S adalah permukaan

$$\left. \begin{aligned} x &= u \cos v \\ y &= u \sin v \\ z &= \frac{1}{2}(1 - u^2) \end{aligned} \right\} 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi.$$

Tentukan luas permukaan dan $\iint_S \underline{F} \cdot \hat{n} \, dS$ bagi kes $\underline{F} = (x, y, z)$.

(60 markah)

- ooo0ooo -

