

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1992/93

October/November 1992

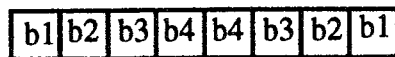
CSC111/CST201 Struktur Diskret

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab **SEMUA** soalan.
 - Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.
-

1. a) (i) Suatu jujukan digit dengan setiap digit merupakan digit bit atau biner (iaitu bernilai 0 atau 1) dipanggil nombor biner. Setiap nombor biner yang mempunyai 8 digit biner dinamakan suatu bait.
- (a) Dapatkan bilangan bait berbeza yang mungkin diperolehi.
- (b) Dapatkan bilangan bait yang bermula dengan 10 dan berakhir dengan 01.
- (c) Dapatkan bilangan bait yang bermula dengan 10 tetapi tidak berakhir dengan 01.
- (d) Dapatkan bilangan bait yang bermula dengan 10 atau berakhir dengan 01.
- (e) Dapatkan bilangan bait dengan empat bit pertama dicerminkan oleh empat bit yang berikutan, khususnya :



[15 markah]

- (ii) Berapakah bilangan rentatan yang berlainan yang mungkin dihasilkan daripada perkataan ANTIDISESTABLISHMENTARISM ?

[5 markah]

- b) (i) Diberikan algoritma TEST berikut dengan nilai-nilai awal, $u = 33$, $a = 0$, $g = 5$ dan $x = 4$, dapatkan nilai setiap pembolehubah apabila $u = 38$. Tunjukkan kaedah anda dengan menggunakan jadual yang mengandungi nilai semua pembolehubah bagi setiap langkah yang dilalui algoritma ini.

```

Algoritma TEST
  While (u ≤ 40)
    If PEN(x) = 1 then
      a = 60
    else
      a = 10
    g ← g + a
    u ← u + 1
  End algoritma TEST

```

```

Fungsi PEN(x)
  if x = 0 then
    x ← -1
  else
    x ← x - 1
  Return (y)
End fungsi PEN

```

[15 markah]

- (ii) Tuliskan suatu algoritma untuk menyalingganti nilai dua pembolehubah x dan y dengan hanya menggunakan umpukan. Berapakah bilangan minimum umpukan yang diperlukan untuk melakukan kerja ini ?

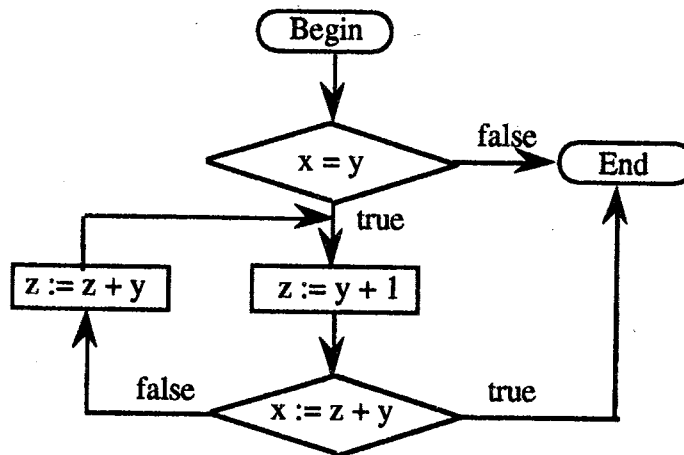
[15 markah]

- c) (i) Katakan S ialah tatasusunan yang mempunyai n kemasukan dengan $S[1] = x$ dan $S[2] = y$. Tuliskan suatu algoritma yang mengisikan setiap kemasukan (selain yang dua pertama) di dalam tatasusunan ini dengan hasil tambah dua kemasukan sebelumnya. Gunakan algoritma anda untuk mengisikan tatasusunan berikut :



[15 markah]

- (ii) Tuliskan suatu algoritma yang melaksanakan cartalir berikut :



[15 markah]

- (iii) Berikut diberikan beberapa contoh tatasusunan S dengan n sebagai bilangan kemasukannya :

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & \dots & 256 \end{bmatrix} \quad n = 8$$

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & \dots & 1024 \end{bmatrix} \quad n = 10$$

$$S = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & \dots & 16384 \end{bmatrix} \quad n = 14$$

Andaikan suatu fungsi $ISI(n)$ sudah tertakrif, dengan fungsi ini menerima nombor integer positif n sebagai input dan seterusnya mengisytiharkan, mengisikan dan mengembalikan tatasusunan S dengan bilangan kemasukan n seperti di atas.

Tuliskan suatu algoritma/fungsi TAMBAH yang menerima m (integer positif) sebagai input dan seterusnya membina tatasusunan S dengan panjang m (seperti di atas) dan mengembalikan sebagai output hasil tambah semua kemasukan S tanpa menggunakan gelung.

contoh : TAMBAH (8) = 510
 TAMBAH (10) = 2046
 ⋮
 dsb

[Petunjuk : gunakan sama ada rekursi atau hasil tambah siri]

[20 markah]

2. a) (i) Diberikan set

$$X = \{ \text{ayam, ikan, buaya, lembu, kucing, manusia, semut, labah-labah, kuda, kupu-kupu, harimau} \}$$

dan

$$Y = \{ y \mid y \in \mathbf{Z}, 0 \leq y \leq 9 \}$$

- (a) Berikan suatu petakan set X berdasarkan bilangan kaki setiap unsur.
- (b) Takrifkan suatu hubungan diantara unsur-unsur set X dan set Y yang menggambarkan $y \in$ bilangan kaki yang biasanya dipunyai oleh binatang-binatang ini sebagai subset kepada $X \times Y$. Seterusnya lakarkan hubungan ini sebagai suatu petaan.

[10 markah]

(ii) Berikan semua petakan yang mungkin bagi set $A = \{ a, b, c \}$. Pada amnya, sekiranya $|A| = n$, apakah bilangan unsur bagi

$$Y = \text{Petakan}(A) = \{ y \mid y \text{ suatu petakan bagi } A \}$$

[10 markah]

b) (i) Katakan $X = \{ x \mid x \in \mathbf{Z}, -5 \leq x \leq 5 \}$, $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ dan $g: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ dengan

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{jika } x > 9 \\ x^2 - |x| & \text{jika } x \in [-9, 9] \\ x - 4 & \text{jika } x < -9 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{jika } x \geq 2 \\ x + 2 & \text{jika } x < 2 \end{cases}$$

- (a) Dapatkan julat bagi f dan g dengan menggunakan X sebagai domain.
- (b) Dapatkan $f \cup g$,
 $f \cap g$ dan
 $f - g$

[15 markah]

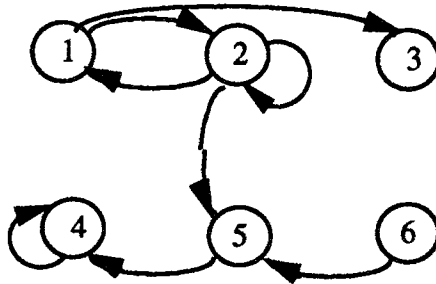
(ii) Jika $A = \{ 1, 3, 8 \}$ dan $B = \{ A, 7, \{3\} \}$,

Dapatkan

- (a) $A \cup B$
- (b) $A \cap B$
- (c) $\wp(A)$
- (d) $|\wp(A) - B|$

[15 markah]

c) Diberikan dwigraf di bawah yang mewakili hubungan R



dapatkan

- (i) R
- (ii) M_R
- (iii) M_R^3

[20 markah]

- d) (i) Andaikan A suatu set dengan $|A| = n$. Sekiranya diberikan unsur $x \in A$, kirakan (dengan penjelasan) nilai $|B|$ jika $B = \{ s \cup \{x\} \mid s \in \wp(A) \}$
- (ii) Gunakan aruhan untuk membuktikan pernyataan berikut bagi semua n integer positif

$$|X| = n \Rightarrow |\wp(X)| = 2^n$$

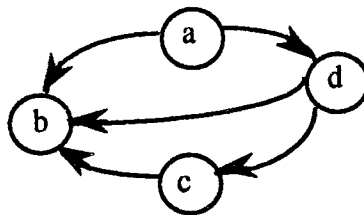
[30 markah]

3. a) Diberikan $A = \{ a, b, c, d \}$ dan hubungan-hubungan R, S, Q pada A yang ditakrifkan seperti berikut.

- $R = \{ (a, a), (b, c), (c, d), (d, a) \}$

- $M_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Dwigraf untuk Q



- Berikan jenis hubungan (1-1, banyak - 1, dsb) bagi R, S dan Q , serta tentukan yang mana merupakan fungsi.
- (a) Lakarkan dwigraf penutup refleksif bagi R .
- (b) Berikan set penutup simetri bagi S , dan
- (c) Tuliskan matrik penutup transitif bagi Q .

[20 markah]

b) (i) Diberikan jujukan nombor berikut

4.8.7.6.5

laksanakan kitar $k = (2, 5, 6, 3)$ pada jujukan ini diikuti pilihatur p berikut :

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 1 & 3 & 2 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

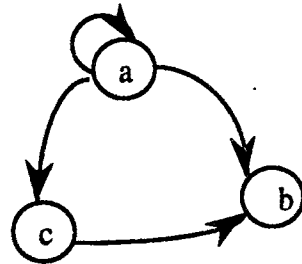
seterusnya berikan perwakilan gabungan pilihatur $p \circ k$ dalam bentuk seperti p .

[15 markah]

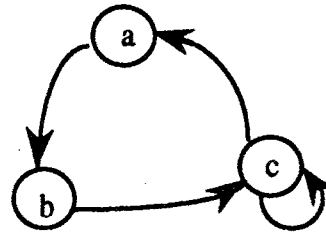
- Tunjukkan bahawa sekiranya 11 nombor dipilih daripada set $\{ 1, 2, \dots, 20 \}$ maka salah satu daripadanya merupakan ganda kepada suatu nombor yang lain.

[15 markah]

c) Diberikan dwigraf berikut yang mewakili hubungan R dan S



hubungan R



hubungan S

dan diberikan bahawa tiga pernyataan berikut sudah terbukti

- $M_{\bar{R}} = \overline{M_R}$
- $M_{R \cap S} = M_R \wedge M_S$
- $\overline{R \cup S} = \bar{R} \cap \bar{S}$

Gunakan maklumat-maklumat ini untuk melakarkan dwigraf yang mewakili hubungan $\overline{R \cup S}$ [tunjukkan pengiraan anda].

[20 markah]

d) Katakan A ialah set nama negara dan B ialah set warna. Dengan menggunakan pengoperasi atau pembina set yang sesuai pada set B, apakah set B' di dalam Hasil Darab Cartesan :

$$A \times B'$$

yang dapat menggambarkan suatu fungsi $R \subseteq A \times B'$, khususnya

R : " bendera negara $a \in A$ berwarna $b \in B'$ ",

dengan sesuatu bendera itu mungkin mempunyai lebih daripada satu warna. Berikan contoh $(a,b) \in R$ bagi negara Malaysia. Sekiranya $|A| = 170$, apakah nilai maksimum bagi $|B|$ untuk memastikan bahawa f merupakan fungsi dari A pada (onto) B'.

[30 markah]

4. a) Tentukan yang mana satu daripada yang berikut merupakan pohon :

$$R = \{ (c, b), (d, f), (b, e), (c, d), (b, a), (d, c) \}$$

$$S = \{ (c, d), (b, f), (a, c), (c, e), (b, g), (a, b), (c, h) \}$$

$$Q = \{ (a, b), (b, c), (c, d), (c, c), (b, f), (a, g), (d, d) \}$$

Bagi setiap pohon ;

- (i) lakarkan dan nyatakan tingginya
- (ii) tuliskan dalam bentuk berparentesis
- (iii) berikan perwakilan komputer dengan mengisikan senarai tatasusunan berikut

indeks	label	anak kiri	adik kanan
1	a		
2	b		
3	c		
.	.		
.	.		

[30 markah]

b) Diberikan Nahu $G = (V, S, V_0, P)$

dengan $V = \{V_0, V_1, a, b\}$

$S = \{a, b\}$

$P : V_0 \rightarrow aV_1$

$V_1 \rightarrow bV_0$

$V_1 \rightarrow a$

berikan dengan tepat bahasa $L(G)$ yang terjana.

[15 markah]

- c) Dengan menggunakan struktur data senarai yang ditakrifkan sebagai

$$S = \text{nil atau } x.S'$$

untuk mewakili suatu jujukan, tuliskan suatu fungsi/algorithm yang menerbalikkan tertib jujukan itu.

$$\text{contoh : } f(1.2.3.4.5) = 5.4.3.2.1$$

Sekiranya perlu, anda boleh menggunakan fungsi berikut di dalam fungsi/algorithm anda

```

Fungsi tambah_hujung (S, x )
  if S = nil then S <- x.nil
  else      {iaitu apabila S = a.S' }
            S <- a.tambah_hujung(S', x )
  return (S)
End of Fungsi

```

[15 markah]

- d) Andaikan $A = \{ a_1, \dots, a_n \}$ suatu set nama orang lelaki dan R ialah hubungan " bapa kepada " pada A
- (i) Ternyata R ialah suatu subset $R \subseteq A \times A$. Berapakah bilangan maksimum unsur R (mengapa) ?
- (ii) Ingat bahawa $M_R^m = M_R \odot M_R \odot \dots \odot M_R$ (m kali). Katakan tatatanda berikut diberikan untuk setiap M_R^m ($m \geq 0$) :

$$f^i(M_R^m) = \{ a_r \mid 1 \leq r \leq n, a_{ir} \in M_R^m, a_{ir} = 1 \}$$

$$g^i(M_R^m) = \{ a_r \mid 1 \leq r \leq n, a_{ri} \in M_R^m, a_{ri} = 1 \}$$

Menggunakan tatatanda ini, berikan rumus yang mengirakan setiap satu daripada yang berikut (jelaskan) :

- (a) semua cicit kepada sesuatu $a_k \in A$
- (b) semua sepupu kepada $a_k \in A$

[40 markah]

