
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
Academic Session 2008/2009

November 2008

MAT 282 – Engineering Computation I
[Pengiraan Kejuruteraan I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SEVEN pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TUJUH muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions : Answer **all four** [4] questions.

Arahan : Jawab **semua empat** [4] soalan.]

1. (a) Compare the results obtained when you use
- (i) the bisection method
 - (ii) the method of false position and
 - (iii) the secant method

with starting values 0.7 and 0.9 to solve the equation

$$f(x) = 3 \sin x - x - 1/x$$

Termination criteria for (i) is $f(x)=0$ and for (ii) and (iii) is up to 5 iterations.

[70 marks]

- (b) Write down the Newton iteration formula for the function $f(x) = a - 1/x$ with $a > 0$. Show that with an initial guess $x_0 = 10/a$, the iteration does not converge to the root of $f(x)$ which is $x_* = 1/a$.

[30 marks]

2. (a) Consider the linear system

$$5x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 = 7$$

with the unique solution $x' = (1, 1, 1)^T$.

- (i) Find the first two iterates $x^{(1)}, x^{(2)}$ of the Jacobi method for the above linear system, using the initial vector $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$. Also compute the absolute errors $\|x^{(i)} - x^{(k)}\|_\infty$ for $k = 1, 2$.

[30 marks]

- (ii) Repeat part (i) using the Gauss-Seidel method. Compare and comment on the respective absolute errors with those obtained in part (i); which one is smaller?

[40 marks]

- (b) Use the Gauss-Jordan elimination to solve the system:

$$x + 2y - z = 3$$

$$x + 3y + z = 5$$

$$3x + 8y + 4z = 17$$

[30 marks]

1. (a) Bandingkan keputusan yang diperolehi dengan
 (i) Kaedah Separuh Selang
 (ii) Kaedah Kedudukan Palsu dan
 (iii) Kaedah Sekan

dengan nilai awalan 0.7 dan 0.9 bagi menyelesaikan persamaan

$$f(x) = 3 \sin x - x - 1/x$$

Kriteria berhenti untuk (i) adalah $f(x)=0$, untuk (ii) dan (iii) adalah sehingga lima lelaran.

[70 markah]

- (b) Tuliskan rumus pelelaran Newton bagi fungsi $f(x) = a - 1/x$ dengan $a > 0$. Tunjukkan bahawa dengan nilai awalan $x_0 = 10/a$, lelaran tersebut tidak menumpu kepada punca $f(x)$ iaitu $x_* = 1/a$.

[30 markah]

2. (a) Pertimbangkan sistem persamaan linear

$$5x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 = 7$$

dengan penyelesaian unik $x' = (1, 1, 1)^T$.

- (i) Cari dua lelaran pertama $x^{(1)}, x^{(2)}$ bagi sistem persamaan linear di atas dengan menggunakan Kaedah Jacobi, dengan menggunakan nilai awalan $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$. Hitungkan ralat mutlak $\|x^{(i)} - x^{(k)}\|_\infty$ bagi $k = 1, 2$.

[30 markah]

- (ii) Ulangi bahagian (i) dengan menggunakan Kaedah Gauss-Seidel. Bandingkan ralat mutlak yang diperolehi di bahagian (i), yang mana adalah kecil? Berikan komen.

[40 markah]

- (b) Gunakan Kaedah penghapusan Gauss-Jordan bagi menyelesaikan sistem:

$$x + 2y - z = 3$$

$$x + 3y + z = 5$$

$$3x + 8y + 4z = 17$$

[30 markah]

3. (a) Compute the integral

$$I = \int_0^2 \exp(-x^2) dx$$

by the following methods:

- (i) the trapezoidal rule
- (ii) the composite trapezoidal rule with step size, $h=0.5$.
- (iii) the simpson's rule
- (iv) the composite simpson's rule with step size, $h=0.5$.

[40 marks]

- (b) Try the power method on

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

with $x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ and $x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Explain and justify the results.

[60 marks]

3. (a) *Nilaikan kamiran*

$$I = \int_0^2 \exp(-x^2) dx$$

dengan menggunakan:

- (i) *petua trapezium*
- (ii) *petua trapezium komposit dengan saiz langkah, $h=0.5$.*
- (iii) *petua simpson*
- (iv) *petua simpson komposit dengan saiz langkah, $h=0.5$.*

[40 markah]

(b) *Gunakan Kaedah Kuasa terhadap*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

dengan $x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ and $x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Jelaskan dan justifikasikan keputusan anda.

[60 markah]

4. (a) (i) Complete the finite difference table for the function $f(x)$ as shown below. Use a quartic Newton's forward formula to estimate the value of f at $x=-0.3$. Use this polynomial to estimate $\frac{df}{dx}$ at $x=-0.3$.

x	f	Δf	$\Delta^2 f$	$\Delta^3 f$	$\Delta^4 f$
-1.0	0.130				
-0.5	0.146				
0.0	0.169				
0.5	0.202				
1.0	0.249				
1.5	0.314				

[40 marks]

- (ii) What can be concluded about the tabulated function if $f(-1.0)$ was 0.129 rather than 0.130 ?

[5 marks]

- (b) (i) Write down the quadratic Lagrange interpolating polynomial exact at the points $\{x_0, x_1, x_2\}$.

[5 marks]

- (ii) Find a quadratic polynomial $h_0(x)$ that is 0 at x_1 , its derivative is 0 at x_1 and it has the value 1 at x_0 . Two quadratic polynomials $h_1(x)$ and $h_2(x)$ are define by

$$h_1(x) = \frac{(x-x_0)(2x_1-x_0-x)}{(x_1-x_0)^2}$$

$$h_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_1-x_0)}$$

Evaluate $h_1(x)$ and $h_2(x)$ at x_0 and x_1 and their first derivative at x_1 . Hence find a quadratic polynomial that interpolates $f(x_0)$, $f(x_1)$ and $f'(x_1)$.

[50 marks]

4. (a) (i) Lengkapi jadual beza terhingga di bawah untuk suatu fungsi $f(x)$. Gunakan formula kuartik ke hadapan Newton bagi menganggarkan nilai f pada $x=-0.3$. Gunakan polinomial tersebut bagi menganggarkan $\frac{df}{dx}$ pada $x=-0.3$.

x	f	Δf	$\Delta^2 f$	$\Delta^3 f$	$\Delta^4 f$
-1.0	0.130				
-0.5	0.146				
0.0	0.169				
0.5	0.202				
1.0	0.249				
1.5	0.314				

[40 markah]

- (ii) Apakah yang dapat dirumuskan mengenai fungsi yang ditabulasikan sekiranya $f(-1.0)$ adalah 0.129 dan bukannya 0.130?

[5 markah]

- (b) (i) Tuliskan persamaan interpolasi polinomial kuadratik Lagrange yang tepat di titik $\{x_0, x_1, x_2\}$.

[5markah]

- (ii) Dapatkan polinomial kuadratik $h_0(x)$ yang bernilai 0 di x_1 , nilai terbitannya adalah 0 pada x_1 dan mempunyai nilai 1 pada x_0 . Dua persamaan polinomial kuadratik $h_1(x)$ dan $h_2(x)$ di definisikan sebagai

$$h_1(x) = \frac{(x-x_0)(2x_1-x_0-x)}{(x_1-x_0)^2}$$

$$h_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_1-x_0)}$$

Nilaikan $h_1(x)$ dan $h_2(x)$ pada x_0 dan x_1 dan terbitan pertamanya pada x_1 . Seterusnya dapatkan polinomial kuadratik yang menginterpolasikan $f(x_0)$, $f(x_1)$ dan $f'(x_1)$.

[50 markah]