

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1996/97

Oktober/November 1996

CAT101/CSC111 - Struktur Diskret

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab **SEMUA** soalan di dalam Bahasa Malaysia.
 - Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.
-

0010

1. (a) (i) Berapakah bilangan matriks biner 3×2 yang berlainan?
 (ii) Suatu kata kunci dibina dengan menggunakan satu huruf diikuti tiga angka (0 - 9). Berapakah bilangan kata kunci tambahan yang dapat diperolehi sekiranya angka pertama digantikan dengan huruf?

[20 markah]

- (b) Diberikan set-set berikut:

$$A = \{x \mid x \text{ perdana dan } x \leq 100\}$$

$$B = \{y \mid y \text{ ganjil dan terbagikan oleh 3 dan } y \leq 100\}$$

$$C = \{z \mid z = 2^n \text{ untuk sesuatu } n \in \mathbf{N} \text{ dan } z \leq 100\}$$

- (i) Berikan unsur terbesar dalam setiap set.
 (ii) Berikan bilangan unsur setiap set.
 (iii) Carikan $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

[30 markah]

- (c) Bagi setiap jujukan berikut ($n \in \mathbf{N}$):

$$S_n : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$$

$$T_n : 1, 3, 4, 8, 15, 27, 50, 92, 169, 311, 572, \dots$$

- (i) Berikan unsur ke n ;
 (ii) Berikan hasil tambah n sebutan pertama;
 (iii) Tuliskan algoritma dalam bentuk pseudokod untuk mengirakan yang berikut:

- $\sum_{i=0}^n S_i$ dengan menggunakan gelung,

- $\sum_{i=0}^n T_i$ dengan menggunakan rekursi;

- (iv) Tuliskan algoritma dalam bentuk pseudokod untuk mengirakan (gunakan fungsi seberapa banyak yang sesuai):

$$\left(\sum_{i=0}^n S_i + \sum_{j=0}^m T_j \right) * \prod_{k=1}^r (S_k + T_k)$$

[50 markah]

...3/-

2. (a) Diberikan hubungan R berikut pada $A = \{a, b, c, d\}$:

$$R = \{(a, c), (a, d), (b, a), (b, c), (b, d), (c, d)\}$$

- (i) Dengan menggunakan perwakilan matriks, tentukan sifat-sifat R dari segi 1 - 1, banyak-1, 1-banyak, banyak-banyak, menyeluruh, pada, refleksif, simetri dan/atau transitif.
- (ii) Berikan perwakilan matriks bagi R^{-1} (songsang) dan \bar{R} (pelengkap).

[30 markah]

- (b) Katakan R ialah suatu hubungan pada A dengan $|A| = n$. Dalam suatu algoritma, R perlu diwakilkan dalam bentuk matriks yang disimpan dalam tatasusunan 2-matra $M[1...n, 1...n]$. Tuliskan algoritma (atau fungsi, dsb.) dengan menggunakan pseudokod bagi melaksanakan setiap satu daripada yang berikut:

- (i) menyalin kandungan $M[1...n, 1...n]$ ke dalam tatasusunan $P[1...n, 1...n]$;
- (ii) memperolehi matriks bagi R^{-1} ;
- (iii) memperolehi matriks bagi \bar{R} ;
- (iv) mengirakan $R^{-1} \circ \bar{R}$.

[40 markah]

- (c) Andaikan terdapat empat jenis kereta dalam pasaran dengan harga berikut apabila dibeli baru:

Proton : RM50,000
 Kancil : RM40,000
 Toyota : RM60,000
 Datsun : RM70,000

Andaikan juga harga kereta menurun 20% dari harga asal selepas digunakan setahun. Akan tetapi, sekiranya seseorang itu ingin menjual kembali secara 'trade-in' untuk memperolehi kereta baru, hanya kombinasi berikut dapat dilaksanakan:

- menggantikan Proton dengan Toyota atau Datsun;
- menggantikan Kancil dengan Proton, Toyota atau Datsun;
- menggantikan Toyota dengan Datsun.

Dengan menggunakan dan menunjukkan kaedah yang bersesuaian:

- (i) berapakah jumlah minimum perbelanjaan seseorang itu sekiranya ia membeli kereta baru pada tahun pertama dan memperolehi kereta baru secara 'trade-in' bagi dua tahun berturut-turut selepas itu;
- (ii) untuk berapa tahunkah beliau boleh meneruskan tindakan seperti dalam kes (i) di atas.

[30 markah]

...4/-

3. (a) (i) Tentukan yang mana daripada hubungan berikut merupakan fungsi:

$$R = \{(a,c), (a,d), (b,a), (b,d), (c,d)\}$$

$$S = \{(x,y) \mid y^2 = (x - y)^2, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$$

$$T = \{(1,3), (2,4), (3,2), (4,1), (5,6), (6,5)\}$$

$$V = \{(a,b), (a,c), (a,f), (c,d), (c,e)\}$$

- (ii) Berikan semua perwakilan struktur diskret yang anda tahu bagi hubungan T dan V di atas.

[35 markah]

- (b) (i) Diberikan pilihatur berikut:

$$p \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad q \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

tentukan sama ada p genap atau ganjil dan seterusnya berikan pilihatur poq.

- (ii) Berikan perwakilan matriks bagi p dan q dan seterusnya M_{poq} .

[30 markah]

- (c) Katakan sebuah bandar kecil mempunyai 10,000 penduduk yang dilahirkan pada tahun 1976. Daripada bilangan ini, 40% berkaca mata dan nisbah lelaki berbanding wanita ialah 3:2 secara keseluruhan walhal nisbah sebaliknya benar dalam kalangan yang berkaca mata. Sejumlah 4,500 kini berada di universiti tetapi tiada seorang pun wanita di universiti berkaca mata berbanding 1000 lelaki dari golongan ini yang berkaca mata. Bilangan wanita yang tidak berkaca mata dan tidak ke universiti amat kecil, iaitu hanya 100.

- (i) Apakah nisbah lelaki yang tidak berkaca mata dan tidak ke universiti berbanding wanita dalam golongan yang sama?
- (ii) Berapakah bilangan minimum lelaki di universiti yang perlu dipilih untuk memastikan bahawa 5 dari mereka mempunyai tarikh lahir yang tepat sama (hari bulan dan bulan, kerana semua dilahirkan pada tahun 1976)? Bagaimana pula bilangannya dari golongan wanita berkaca mata?

[35 markah]

...5/-

4. (a) Diberikan R suatu hubungan ke atas set $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ dengan $R = \{(1,1), (3,2), (1,3), (3,3), (2,4), (3,4), (1,5), (4,4), (1,6), (1,4), (1,2), (2,2), (5,5), (6,6)\}$

- (i) Berikan perwakilan matriks dan dwigraf bagi hubungan yang terlibat.
 (ii) Tentukan sama ada (A,R) merupakan suatu poset. Jelaskan.
 Jika ya, berikan Hasse diagramnya.

[20 markah]

- (b) Diberikan matriks M_R bagi hubungan $R \subset A \times A$ dengan $|A| = n$. Dengan menggunakan perwakilan yang bersesuaian, bagi setiap kes berikut tuliskan suatu fungsi dalam bentuk pseudokod untuk menentukan sama ada:

- (i) R bersifat irefleksif;
 (ii) R bersifat asimetri;
 (iii) Terdapat sekurang-kurangnya satu kemasukan dalam lajur j (yang diberi sebagai hujah) bagi M_R yang mengandungi nilai 1;
 (iv) R adalah suatu pohon berakar. (Dengan anggapan bahawa jika $(a,b) \in R$ dan $(b,c) \in R$ maka $(a,c) \notin R$ untuk sebarang tiga unsur a, b dan c dalam A).

[40 markah]

- (c) Diberikan suatu bahasa $L = \{aacd, acccd, bd, aacd, bccccc, \dots\}$

- (i) Takrifkan suatu ungkapan malar (regular expression) yang mungkin mewakili bahasa L.
 (ii) Berikan suatu nahu $G = (V, T, S, P)$ dengan $T = \{a, b, c, d\}$ dan $S = \{S\}$ yang mungkin mewakili bahasa L.
 (iii) Berikan suatu automata keadaan terhingga (finite state automata) yang dapat mengenali (recognises) bahasa L.

[40 markah]