

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004

September – Oktober 2003

ZCT 211E - Analisis Vektor

Masa : 2 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Pelajar dibenarkan menjawab semua soalan dalam Bahasa Inggeris ATAU Bahasa Malaysia ATAU kombinasi kedua-duanya.

1. (a) Dua zarah yang terpancar daripada suatu sumber mempunyai sesaran $\mathbf{r}_1 = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$ dan $\mathbf{r}_2 = 2\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ pada semua masa. Carikan sesaran zarah kedua relatif kepada yang pertama. (3/15)
 - (b) Buktikan bahawa $(\mathbf{a} \times \mathbf{a}') + (\mathbf{b} \times \mathbf{b}') + (\mathbf{c} \times \mathbf{c}') = \mathbf{0}$, di mana $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ adalah vektor dan $\mathbf{a}', \mathbf{b}', \mathbf{c}'$ adalah songsangnya. (6/15)
 - (c) Suatu zarah bergerak dalam satu orbit bulatan berjejari 10 cm. Jika frekuensi pergerakannya adalah 60 putaran/s, carikan kala masa, halaju dan pecutan zarah tersebut. (6/15)
2. (a) Jika $\bar{\mathbf{r}} = t^2\bar{\mathbf{i}} - t^2\bar{\mathbf{j}} + (2t + 1)\bar{\mathbf{k}}$. Carikan nilai-nilai bagi

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt}, \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}, \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|, \left| \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right| \text{ pada } t = 0 .$$

(3/15)

...2/-

- (b) Jika $\mathbf{r} = \mathbf{a}e^{\omega t} - \mathbf{b}e^{-\omega t}$, tunjukkan bahawa $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} - \omega^2\mathbf{r} = 0$; \mathbf{a}, \mathbf{b} adalah vektor malar dan ω adalah malar. (6/15)
- (c) Suatu zarah bergerak disepanjang suatu lengkungan yang mempunyai persamaan parametrik $x = e^{-t}$, $y = 2 \cos 3t$, $z = 2 \sin 3t$, di mana t adalah masa..
- (i) Tentukan halaju dan pecutan zarah tersebut pada sebarang masa.
(ii) Carikan magnitud halaju dan pecutan zarah pada $t = 0$. (6/15)
3. (a) Jika $\mathbf{A} = x^2yz\mathbf{i} - 2xz^3\mathbf{j} + xz^3\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 2z\mathbf{i} + y\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$ carikan $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}(\mathbf{A} \times \mathbf{B})$ pada $(1, 0, -2)$. (5/20)
- (b) Jika \mathbf{r} ialah vektor kedudukan bagi satu titik, simpulkan nilai bagi kecerunan $\left(\frac{1}{r}\right)$. (5/20)
- (c) Jika $\mathbf{V} = x^2z\mathbf{i} - 2y^3z^2\mathbf{j} + xy^2z\mathbf{k}$
- (i) Cari $\nabla \cdot \mathbf{V}$ pada titik $(1, -1, 1)$.
(ii) Jika $\mathbf{V} = \frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j}}{x + y}$ cari $\nabla \cdot \mathbf{V}$
(iii) Jika $\mathbf{V} = x \cos z\mathbf{i} + y \log x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, nilaikan $\nabla \cdot \mathbf{V}$ (10/20)
4. Buktikan yang berikut:
- (i) $\text{div grad } \phi = \nabla^2 \phi$ (6/25)
(ii) $\text{curl grad } \phi = \nabla \times (\nabla \phi) = 0$ (6/25)
(iii) $\text{div curl } \mathbf{f} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{f}) = 0$ (6/25)
(iv) $\text{curl curl } \mathbf{f} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{f}) = \text{grad div } \mathbf{f} - \nabla^2 \mathbf{f}$ (7/25)

...3/-

5. (a) Diberikan $\mathbf{r}(t) = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ apabila $t = 2$ dan $\mathbf{r}(t) = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ apabila $t = 3$.

Tunjukkan $\int_2^3 \mathbf{r} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} dt = 10$

(10/25)

- (b) Biarkan $\phi = 45x^2y$ dan V menandakan kawasan tertutup yang disempadan oleh satah-satah.

$$4x + 2y + z = 8, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$$

nilaikan $\iiint_V \phi \, dv$.

(15/25)