
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2003/2004

Februari/Mac 2004

JUM 201 – MATEMATIK KEJURUTERAAN III

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN (8)** muka surat bercetak dan **ENAM (6)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan.

Agihan markah bagi soalan diberikan disut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

Pada soalan-soalan yang berkenaan, takrif $j = \sqrt{-1}$ digunakan.

Buku rumus disediakan.

Mesinkira boleh digunakan.

...2/-

1. (a) Klasifikasikan persamaan pembezaan berikut sebagai persamaan pembezaan linear yang homogen, linear yang tak homogen atau tidak linear. Tentukan peringkat dan namakan pembolehubah bersandar dan tidak bersandar.

Classify the given differential equations as linear homogeneous, linear non homogeneous or non linear differential equations. State their order and name the dependent and independent variables.

[i] $\frac{du}{dt} + t^2 = 0$

[ii] $(\cos u) \frac{dy}{du} + \frac{\cos u}{u} y = 0$

(6 markah/marks)

- (b) Persamaan pembezaan berikut adalah bukan boleh pisah tetapi boleh dijadikan persamaan boleh pisah dengan membuat penggantian $u = vt$.

The following differential equation is not separable but it can be transformed into a separable equation by making a substitution $u = vt$.

$$\frac{du}{dt} = \frac{3tu + u^2}{3t^2}$$

Dengan penggantian $u = vt$, selesaikan persamaan dengan menggunakan kaedah boleh pisah.

By substituting $u = vt$, solve the equation using separable method.

(8 markah/marks)

...3/-

- (c) Tentukan bahawa persamaan pembezaan berikut adalah persamaan pembezaan tepat.

Determine whether the differential equation given below is exact.

$$(x + y^2)dy + (y - x^2)dx = 0$$

Seterusnya, carilah penyelesaian bagi persamaan pembezaan yang diberi.

Then, find the solution of the given differential equation.

(6 markah/marks)

2. (a) Diberi
Given

$$x + \frac{3x'}{t} = 5t + \sin(\ln t)$$

- [i] Tulis persamaan dalam bentuk Euler.

Write the equation in Euler form.

- [ii] Tunjukkan bahawa persamaan pembezaan yang diberi boleh ditukar ke bentuk persamaan pembezaan dengan koefisien malar.

Show that the given differential equation can be transformed into a differential equation with constant coefficient.

- [iii] Seterusnya, cari penyelesaian pelengkap, x_c .

Then, find the complimentary solution, x_c .

(8 markah/marks)

...4/-

- (b) Cari jelmaan Laplace songsang bagi fungsi berikut :-
Find the inverse Laplace transforms of the following functions:-

[i] $F(s) = \frac{1}{(s-4)^2}$

[ii] $F(s) = \frac{2s+1}{s^2+4}$

(7 markah/marks)

- (c) Dengan menggunakan jadual jelmaan Laplace, dapatkan jelmaan Laplace bagi fungsi berikut:-

By using the table of Laplace transform, obtain the Laplace transform of the following function:-

$$11 + 5e^{4t} - 6 \sin 2t$$

(5 markah/marks)

3. (a) Satu jisim 10 kg dikenakan pada satu spring dengan pemalar spring, $k = 140 \frac{N}{m}$. Jisim tersebut mula bergerak dengan daya luaran, $F(t) = 5 \sin t$. Persamaan yang mewakili pergerakan jisim, x , terhadap masa, t , diberikan sebagai

A 10 kg mass is attached to a spring having a spring constant, $k = 140 \frac{N}{m}$. The mass starts to move with an external applied force, $F(t) = 5 \sin t$. The equation which represents the motion of mass, x , with respect to time, t , is given by

$$m\ddot{x} = -kx - c\dot{x} + F(t)$$

...5/-

dengan $-a\dot{x}$ ialah daya yang disebabkan oleh rintangan udara.

where $-a\dot{x}$ is a force due to air resistance.

Cari sebutan bagi pergerakan jisim, x , jika daya yang disebabkan oleh rintangan udara ialah $-90\dot{x}N$.

Find an expression for the motion of the mass, x , if the force due to air resistance is $-90\dot{x}N$.

(12 markah/marks)

- (b) Satu logam bersuhu $50^{\circ}C$ disimpan di dalam sebuah bilik yang bersuhu tetap $100^{\circ}C$. Kadar perubahan suhu logam diberikan sebagai

A metal at a temperature of $50^{\circ}C$ is placed in a room at a constant temperature of $100^{\circ}C$. The rate of change of the temperature is given by

$$\frac{dT}{dt} + KT = 100k$$

dengan T = suhu, t = masa dan k = pemalar

where T = temperature, t = time and k = constant

Jika selepas 5 minit, suhu logam ialah $60^{\circ}C$, cari suhu logam selepas 20 minit.

If after 5 minutes, the temperature of the metal is $60^{\circ}C$, find the temperature of the metal after 20 minutes.

(8 markah/marks)

...6/-

4. Diberi
Given

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$$

- (a) Kembangkan Siri Fourier untuk fungsi tersebut.

Expand the Fourier Series of the function.

(6 markah/marks)

- (b) Kirakan nilai Siri Fourier tersebut pada $x = \frac{\pi}{2}$

Calculate the value of the Fourier Series at $x = \frac{\pi}{2}$

(3 markah/marks)

- (c) Diberi suatu medan vektor $\underline{F} = (2x + y)\underline{i} + (x + z^2)\underline{j} + 2yz\underline{k}$.

Given a vector field $\underline{F} = (2x + y)\underline{i} + (x + z^2)\underline{j} + 2yz\underline{k}$.

- (i) Tentukan sama ada medan vektor \underline{F} tersebut abadi atau tidak.

Determine whether the vector field \underline{F} is conservative or not.

(3 markah/marks)

- (d) Seterusnya, kirakan $\int_C \underline{F} \cdot d\underline{r}$ di mana C ialah komposit dua cebis garislurus, iaitu yang pertama dari $(0,0,0)$ ke $(1,2,1)$ dan yang kedua dari $(1,2,1)$ ke $(1,1,\pi)$.

Hence, calculate $\int_C \underline{F} \cdot d\underline{r}$ where C is a composite of two piece of straight lines, the first one is from $(0,0,0)$ to $(1,2,1)$ and the second one is from $(1,2,1)$ to $(1,1,\pi)$.

(8 markah/marks)

...7/-

5. (a) Selesaikan persamaan pembezaan biasa berikut
Solve the following ordinary differential equation

$$x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x} + y$$

(8 markah/marks)

- (b) Tentusahkan Teorem Green bagi satah $\oint [(2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy]$ dengan C merupakan lengkung tertutup yang disempadani oleh $y = x^2$ dan $y^2 = x$.

Verify Green's Theorem in the plane for $\oint [(2xy - x^2)dx + (x + y^2)dy]$ where C is the closed curve of the region bounded by $y = x^2$ and $y^2 = x$.

(12 markah/marks)

6. (a) Jika $\phi = x^2 y z^3$ dan $A = xz \underline{i} - y^2 \underline{j} + 2x^2 y \underline{k}$, dapatkan
If $\phi = x^2 y z^3$ and $A = xz \underline{i} - y^2 \underline{j} + 2x^2 y \underline{k}$, find

- [i] $\nabla \phi$
- [ii] $\nabla \cdot A$
- [iii] $\nabla \times A$
- [iv] $\text{div}(\phi A)$

(8 markah/marks)

...8/-

- (b) Satu hemisfera S ditakrifkan sebagai $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ($z \geq 0$). Satu medan vektor $F = 2y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$ wujud pada permukaan lengkung C .

Tentukan Teorem Stokes iaitu $\int_S \text{curl} F \cdot ds = \oint_S F \cdot dr$.

A hemisphere S is defined by $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ($z \geq 0$). A vector field $F = 2y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$ exists over the surface and around its boundary C .

Verify Stokes' Theorem that $\int_S \text{curl} F \cdot ds = \oint_S F \cdot dr$.

(12 markah/marks)

oooOooo