UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

JIM 201 – Aljabar Linear

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

...2/-

1. (a) Suatu matriks A_{nxn} dikatakan ortogon jika $A^{-1} = A^T$.

    (i) Tentukan sama ada $\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ suatu matriks ortogon atau pun tidak.

    (ii) Jika A dan B matriks ortogon, tunjukkan AB juga ortogon.

(50 markah)

(b) Katakan $S = \{x^2 + 2, 2x^2 - x + 1, x + 2, x^2 + x + 4\}$.

    (i) Adakah S bersandar linear? Terangkan.
    (ii) Bolehkah S merentang P_2? P_2 ialah set polinomial dengan koefisien nyata dan darjah ≤ 2.

(50 markah)

2. (a) Katakan V suatu set nombor positif dengan operasi penambahan $v_1 + v_2 = v_1v_2 - 1$ dan operasi pendaraban skalar $\alpha . v = V$, $v_1, v_2, v \in V$ dan α nombor nyata. Tentukan sama ada V suatu ruang vektor atau tidak.

(30 markah)

(b) Katakan V suatu ruang vektor yang terdiri daripada semua fungsi nyata yang selanjar. Jika $W = \{f : |f(t)| \leq 2, t \in \mathbb{R}\}$, tentukan sama ada W suatu subruang atau tidak.

(30 markah)

(c) Katakan $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ suatu asas untuk ruang vektor V dan $w = t_1v_1 + t_2v_2 + \ldots + t_kv_k$ dengan $t_k \neq 0$. Buktikan $\{v_1, v_2, \ldots, v_{k-1}, w, v_{k+1}, \ldots, v_n\}$ suatu asas bagi V.

(40 markah)

3. Diberi matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Cari
(a) $|A|$
(b) adj A
(c) A^{-1}
(d) A adj A
(e) pangkat A
(f) penyelesaian X jika $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
(g) $|\text{adj}\,(3A)|$
(h) $|A^{-3}\,\text{adj}\,(A^{-3})|$
(i) $E_2(3)E_3^1(-2)E_1(2)E_3^2(3)A$
(j) $|B|$ jika $BA^T = I_3$.

(100 markah)

4. (a) Takrifkan

(i) Keserupaan matriks
(ii) Matriks pepenjuru.

(20 markah)

(b) Diberi matriks

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dapatkan suatu matriks R (tak singular) supaya $R^{-1}BR$ adalah pepenjuru.

(80 markah)

...4/-

5. (a) Katakan $T : V \rightarrow W$ adalah suatu transformasi linear, $B_1 = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ dan $B_2 = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_n\}$ adalah asas tertib bagi V dan W masing-masing. Buktikan

$$[T]_{B_1 B_2} [X]_{B_1} = [T(X)]_{B_2}$$

(50 markah)

(b) Diberi $T : M_{2x2} \rightarrow M_{2x2}$ supaya

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2b+3c+d & -a+b \\ a+b+2c-d & 0 \end{pmatrix}$$

Dapatkan suatu asas bagi R_T, N_T dan $R_T \cap N_T$.

(50 markah)

- ooo0ooo -