
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2008/2009

Jun 2009

MAT 161 – Elementary Statistics
[Statistik Permulaan]

Duration : 3 hours
[Masa: 3 jam]

Please check that this examination paper consists of ELEVEN pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEBELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini].

Instructions: Answer **all ten** [10] questions.

[Arahan: Jawab **semua sepuluh** [10] soalan.]

1. The frequency distribution below shows the amount spent (in x hundreds of RM) on car maintenance in the past year for a sample of 50 people.

<i>Class Limits</i>	<i>f</i>	<i>midpoint, x</i>	<i>xf</i>	<i>x²f</i>
1 - 5	15	3	45	135
6 - 10		8	128	1024
11 - 15				
16 - 20	5	18	90	1620
21 - 25	2	23	46	1058
Total	50			

- Fill up the empty cells in the above frequency distribution table.
- Calculate the mean and standard deviation of the amount spent on car maintenance in the past year for the above sample.
- Calculate P_{65} and give its interpretation in the context of the given problem.

[10 marks]

2. Professor A gives her students a maximum of three attempts to pass a final examination in her statistics course. She has found that the probability of passing on the first attempt is 0.40, the probability of passing on the second attempt is 0.65, and the probability of not passing on the third attempt is 0.15. Find the probability that a randomly selected student of hers will pass the final examination.

[10 marks]

3. A shooting competition is entered by teams of four people. Each person in a team is given one chance to hit the target. The table below shows the number of points given for the number of hits by a team.

Number of hits	0	1	2	3	4
Number of points	0	2	4	8	16

For team M , the probability that each member of the team independently hits a target is 0.7. Find

- the probability of the team hitting the target r times, for $r = 0, 1, 2, 3, 4$.
- the team's expected number of points.
- the team's most likely number of points.
- the probability that the team earns more than 6 points.

[10 marks]

...3/-

1. Taburan kekerapan di bawah menunjukkan amaun yang dibelanjakan (dalam x ratusan RM) untuk penyelenggaraan kereta pada tahun lepas, bagi suatu sampel 50 orang.

Had Kelas	f	Titik tengah, x	xf	$x^2 f$
1 - 5	15	3	45	135
6 - 10		8	128	1024
11 - 15				
16 - 20	5	18	90	1620
21 - 25	2	23	46	1058
Jumlah	50			

- (i) Isikan ruang kosong dalam jadual taburan kekerapan di atas.
(ii) Hitung min dan sisihan piawai bagi amaun yang dibelanjakan untuk penyelenggaraan kereta pada tahun lepas bagi sampel di atas.
(iii) Hitung P_{65} dan berikan tafsirannya dalam konteks masalah yang diberikan.

[10 markah]

2. Professor A memberikan pelajar-pelajarnya maksimum tiga percubaan untuk lulus peperiksaan akhir kursus statistiknya. Ia telah mendapati bahawa kebarangkalian lulus dalam percubaan pertama ialah 0.40, kebarangkalian lulus dalam percubaan kedua ialah 0.65 dan kebarangkalian tidak lulus dalam percubaan ketiga ialah 0.15. Dapatkan kebarangkalian bahawa seorang pelajar-pelajarnya yang dipilih secara rawak akan lulus peperiksaan akhir tersebut.

[10 markah]

3. Suatu peraduan menembak disertai oleh pasukan-pasukan empat orang ahli. Setiap ahli pasukan diberi satu peluang untuk menembak sasaran. Jadual yang berikut menunjukkan bilangan mata yang diberikan untuk bilangan tembakan yang mengenai sasaran bagi satu pasukan.

Bilangan tembakan yang mengenai sasaran	0	1	2	3	4
Bilangan mata	0	2	4	8	16

Bagi pasukan M, kebarangkalian tembakan setiap ahlinya secara tak bersandar, mengenai sasaran ialah 0.7. Dapatkan

- (i) kebarangkalian tembakan pasukan itu mengenai sasaran sebanyak r kali, bagi $r = 0, 1, 2, 3, 4$.
(ii) bilangan mata jangkaan pasukan tersebut.
(iii) bilangan mata yang paling berkemungkinan bagi pasukan tersebut.
(iv) kebarangkalian bahawa pasukan tersebut mendapat lebih daripada 6 bilangan mata.

[10 markah]

...4/-

4. Two companies, A and B , make kitchen cabinets. Company A charges a flat fee of RM5000 to make a kitchen cabinet, regardless of its run length. Company B charges RM3000 plus RM100 per foot run of the cabinet. The run length of a kitchen cabinet in a standard home is known to have a normal distribution with mean 22 feet and standard deviation 5 feet.
- What is the probability that the fee charged by Company B would be more than the fee charged by Company A to make a kitchen cabinet in a standard home?
 - Find the mean amount charged by Company B to make a kitchen cabinet in a standard home.
 - Which company would you choose to make a kitchen cabinet for a standard home? Explain why.

[10 marks]

5. A machine is programmed to produce 3-cm nails. A sample of 15 nails is randomly selected and the lengths measured. The results (in cm) are as follows:

2.89, 2.95, 3.00, 3.05, 2.99, 2.96, 3.10, 3.06, 3.00, 3.12,
3.01, 2.98, 3.02, 2.95, 3.03

$$\sum x = 45.11 \quad \sum x^2 = 135.71$$

- Find a 95% confidence interval for μ , the mean length of a nail produced by the machine.
- Determine the minimum number of nails that you need to sample if you would like to be 99% confident that an estimate of the mean length of a nail is within 0.01 cm of the true mean.
- Over a period of months, it is found that in a sample of 150 nails, 20 nails are unacceptable because they are either too short or too long. Find a 95% confidence interval for the proportion of nails that are acceptable.

[10 marks]

6. A bag contains a very large number of marbles, identical except for their colour. Of these, an unknown proportion p are red. Suppose you are required to test the null hypothesis $H_0 : p = 0.4$ against the alternative $H_1 : p > 0.4$. To perform the test, you are to take a random sample of 80 marbles and note X , the number of red marbles in the sample.

- If the significance level of the test is 10%, determine whether the null hypothesis should be accepted when $X = 30$.
- If the significance level is to be as close as possible to 5%, find the rejection region in the form of $a \leq X \leq 80$, where a is an integer.

[10 marks]

...5/-

4. Dua buah syarikat, A dan B, membuat kabinet dapur. Syarikat A mengenakan bayaran pada kadar tetap RM5000 untuk membuat kabinet dapur tanpa mengambil kira panjang lariannya. Syarikat B mengenakan bayaran RM3000 dan tambahan RM100 bagi setiap kaki larian kabinet. Panjang larian kabinet dapur di sebuah rumah piawai diketahui mempunyai taburan normal dengan min 22 kaki dan sisihan piawai 5 kaki.

- (i) Berapakah kebarangkalian bahawa bayaran yang dikenakan oleh syarikat B adalah lebih daripada bayaran yang dikenakan oleh syarikat A untuk membuat kabinet dapur di sebuah rumah piawai?
- (ii) Dapatkan amaun purata yang dikenakan oleh syarikat B untuk membuat kabinet dapur di sebuah rumah piawai.
- (iii) Syarikat manakah yang anda akan pilih untuk membuat kabinet dapur di sebuah rumah piawai? Jelaskan sebabnya.

[10 markah]

5. Sebuah mesin diprogramkan untuk menghasilkan batang-batang paku-3-cm. Suatu sampel 15 batang paku dipilih secara rawak dan panjangnya diukur. Hasilnya (dalam cm) adalah seperti yang berikut:

2.89, 2.95, 3.00, 3.05, 2.99, 2.96, 3.10, 3.06, 3.00, 3.12.

3.01, 2.98, 3.02, 2.95, 3.03

$$\sum x = 45.11 \quad \sum x^2 = 135.71$$

- (i) Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi μ , min panjang sebatang paku yang dihasilkan oleh mesin tersebut.
- (ii) Tentukan bilangan paku yang minimum yang perlu disampelkan jika anda ingin 99% yakin bahawa anggaran min panjang sebatang paku adalah dalam sekitar 0.01 cm daripada min sebenar.
- (iii) Sepanjang tempoh beberapa bulan, didapati bahawa dalam suatu sampel 150 batang paku, 20 batang tidak dapat diterima kerana pakunya terlalu panjang atau terlalu pendek. Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi kadaran bilangan paku yang diterima.

[10 markah]

6. Sebuah beg mengandungi suatu bilangan besar guli yang serupa kecuali pada warnanya. Daripada bilangan ini, suatu kadaran p yang tidak diketahui, adalah guli berwarna merah. Andaikan anda perlu menguji hipotesis nol $H_0: p = 0.4$ berlawanan alternatif $H_1: p > 0.4$. Untuk menjalankan ujian, anda dikehendaki mengambil suatu sampel 80 biji guli dan mencatatkan X , iaitu bilangan guli merah dalam sampel tersebut.

- (i) Jika aras keertian ujian ialah 10%, tentukan sama ada hipotesis nol patut diterima apabila $X = 30$.
- (ii) Jika aras keertian ujian mesti sehampir mungkin dengan 5%, dapatkan rantau penolakan dalam bentuk $a \leq X \leq 80$, yang mana a suatu integer.

[10 markah]

...6/-

7. Attitude toward mathematics was measured for two different groups of students. The attitude scores range from 0 to 80 with the higher scores indicating a more positive attitude. One group consisted of Elementary Education majors, and the other group consisted of majors from several other areas. The data are shown below:

Group (major)	<i>n</i>	mean	standard deviation
Elementary Education (<i>X</i>)	100	42.7	15.5
Other Areas (<i>Y</i>)	110	49.3	17.0

- At the 1% level of significance, test whether there is a difference in the variance of the attitude scores of the two groups of students.
- Based on your conclusion in part (i), calculate an estimate of $\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}$.
- At the 5% significance level, test whether majors from the other areas have a more positive attitude toward mathematics than the Elementary Education majors.

[10 marks]

8. An office worker has two alternatives routes (Route 1 and Route 2) to commute to work. Picking days at random, she drives to work using each route for eight days and records the time (in minutes) taken to commute from home to work on each day. These times are shown in the following table:

Route 1	45	43	38	56	41	43	46	44
Route 2	38	40	39	42	50	37	46	36

Using the Wilcoxon rank sum test at the 5% level of significance, can you reject the null hypothesis that the median time to commute to work is the same for both routes?

[10 marks]

9. A pharmaceutical company has synthesized two new compounds to be used in sleeping drugs. The data in the following table shows the additional hours of sleep gained by 10 patients through the use of the two drugs. Do the data present sufficient evidence to indicate that the probability distributions of additional hours of sleep differ for the two drugs? Test using the Wilcoxon signed-rank test at the 5% significance level.

Patient	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Drug A	.4	-.7	-.4	-1.4	-1.6	2.9	4.0	.1	3.1	1.9
Drug B	.7	-1.6	-.2	-1.4	-.2	3.4	3.7	.8	.0	2.0

[10 marks]

...7/-

7. Sikap terhadap matematik diukur pada dua kumpulan pelajar yang berbeza. Julat bagi skor sikap adalah dari 0 hingga 80, dengan skor tinggi menandakan sikap yang lebih positif. Satu kumpulan terdiri daripada pelajar pengkhususan Pendidikan Asas dan kumpulan yang satu lagi terdiri daripada pelajar pengkhususan beberapa bidang lain. Datanya ditunjukkan di bawah:

Kumpulan (pengkhususan)	<i>n</i>	<i>min</i>	<i>sisihan piawai</i>
Pendidikan Asas (<i>X</i>)	100	42.7	15.5
Bidang Lain (<i>Y</i>)	110	49.3	17.0

- (i) Pada aras keertian 1%, uji sama ada terdapat perbezaan dalam varians skor sikap bagi kedua-dua kumpulan pelajar.
- (ii) Berdasarkan kesimpulan anda dalam bahagian (i), hitung anggaran bagi $\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}$.
- (iii) Pada aras keertian 5%, uji sama ada pelajar pengkhususan bidang lain mempunyai sikap yang lebih positif terhadap matematik berbanding pelajar pengkhususan Pendidikan Asas.

[10 markah]

8. Seorang pekerja pejabat mempunyai dua pilihan laluan (Laluan 1 dan Laluan 2) untuk berulang-alik ke tempat kerjanya. Dengan memilih hari secara rawak, ia memandu ke tempat kerjanya dengan menggunakan setiap laluan selama lapan hari dan mencatatkan masa (dalam minit) yang digunakan untuk berulang-alik dari rumah ke tempat kerja pada setiap hari tersebut. Masa-masanya ditunjukkan dalam jadual yang berikut:

Laluan 1	45	43	38	56	41	43	46	44
Laluan 2	38	40	39	42	50	37	46	36

Dengan menggunakan ujian jumlah berpangkat Wilcoxon pada aras keertian 5%, bolehkah anda menolak hipotesis nol bahawa median masa berulang-alik ke tempat kerja adalah sama bagi kedua-dua laluan?

[10 markah]

9. Sebuah syarikat farmaseutikal telah mensintesis dua kompaun baru untuk digunakan dalam ubat tidur. Data dalam jadual yang berikut menunjukkan tambahan bilangan jam tidur yang diperolehi oleh 10 pesakit melalui penggunaan kedua-dua ubat tersebut. Adakah data ini memberi bukti cukup untuk menandakan bahawa taburan kebarangkalian bagi tambahan bilangan jam tidur berbeza bagi kedua-dua ubat? Uji dengan menggunakan ujian pangkat bertanda Wilcoxon pada aras keertian 5%.

Pesakit	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Ubat A	.4	-.7	-.4	-1.4	-1.6	2.9	4.0	.1	3.1	1.9
Ubat B	.7	-1.6	-.2	-1.4	-.2	3.4	3.7	.8	.0	2.0

[10 markah]

...8/-

10. A social science researcher hypothesized that the monthly salaries of workers in a certain sector is normally distributed with mean RM1200 and standard deviation RM200. A random sample of 1000 salaries of workers from the sector was obtained and the following incomplete table was prepared.

Monthly Salary	Observed Frequency	Probability
Under RM800	26	.023
RM800 – RM 1000	146	.136
RM1000 – RM1200	361	
RM1200 – RM1400	311	.341
RM1400 – RM1600	143	.136
RM1600 or above		
Total	1000	

Complete the table and test whether there is evidence that the salary distribution is non-normal at the 5% level of significance.

[10 marks]

10. Seorang penyelidik sains sosial menghipotesiskan bahawa pendapatan bulanan pekerja-pekerja dalam suatu sektor tertabur secara normal dengan min RM1200 dan sisihan piawai RM200. Suatu sampel rawak 1000 pendapatan pekerja daripada sektor tersebut diperoleh dan jadual tak lengkap yang berikut disediakan.

Pendapatan bulanan	Kekerapan diamati	Kebarangkalian
<i>kurang drpd. RM800</i>	26	.023
<i>RM800 – RM1000</i>	146	.136
<i>RM1000 – RM1200</i>	361	
<i>RM1200 – RM1400</i>	311	.341
<i>RM1400 – RM1600</i>	143	.136
<i>RM1600 atau lebih</i>		
<i>Jumlah</i>	1000	

Lengkapkan jadual di atas dan uji sama ada terdapat bukti bahawa taburan pendapatan tersebut adalah tak normal pada aras keertian 5%.

[10 markah]

APPENDIX/FORMULA

$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ $s^2 = \frac{\sum (x^2 f) - \frac{(\sum xf)^2}{\sum f}}{\sum f - 1}$	$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{n_x + n_y - 2}$ $\bar{p} = \frac{X + Y}{n_x + n_y}$	
Confidence Intervals: $\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$ $\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$ $\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \quad \text{to} \quad \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2}$	$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}$ $(\bar{X} - \bar{Y}) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}$ $(\hat{p}_x - \hat{p}_y) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_x(1 - \hat{p}_x)}{n_x} + \frac{\hat{p}_y(1 - \hat{p}_y)}{n_y}}$	
Test Statistics: $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ $T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n_d}}}$ $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$	$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}}$ $T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}}$ $Z = \frac{(\hat{p}_x - \hat{p}_y) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\frac{p_x(1 - p_x)}{n_x} + \frac{p_y(1 - p_y)}{n_y}}}$	$Z = \frac{(\hat{p}_x - \hat{p}_y) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p}) \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}}$ $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ $\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}, \quad E = np$

Nonparametric Statistics:

Wilcoxon Signed-rank: $W = \sum R^+$, $W = \sum R^-$

$$Z = \frac{T - \mu_W}{\sigma_W} , \quad \mu_W = \frac{n(n+1)}{4} , \quad \sigma_W = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

Wilcoxon Rank Sum Test: $U = R - \frac{n(n+1)}{2}$

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} , \quad \mu_T = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} , \quad \sigma_T = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)(n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

- 000 O 000 -