

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

MST 565 - Model Linear

Masa : [3 Jam]

Jawab SEMUA soalan. Gunakan program komputer di mana yang sesuai.

1. (a) Bentuk $\underline{x}' \underline{A} \underline{y}$ dipanggil bentuk bilinear. Misalnya,

$$\begin{aligned}\underline{x}' \underline{A} \underline{y} &= [x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \\ &= 4x_1y_1 + 8x_1y_2 - 2x_2y_1 + 7x_2y_2\end{aligned}$$

Apakah bentuk kuadratik? Tuliskan nota ringkas tentang bentuk kuadratik dengan menggunakan $\underline{x}$ dan $\underline{A}$ tersebut di atas.

- (b) Satu sifat bentuk kuadratik ialah sifat tentu positif. Tuliskan nota ringkas tentang sifat tentu positif untuk bentuk kuadratik dan berikan satu contoh.

- (c) Pertimbangkan matriks

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 37 & -2 & -24 \\ -2 & 13 & -3 \\ -24 & -3 & 17 \end{bmatrix}$$

Adakah $\underline{A}$ tentu positif, semitentu positif, atau kedua-duanya tidak?

- (d) Buktikan bahawa apabila $\underline{x} \sim N(\underline{\mu}, \underline{V})$, bentuk-bentuk kuadratik $\underline{x}' \underline{A} \underline{x}$ dan $\underline{x}' \underline{B} \underline{x}$ adalah tertabur secara tidak bersandar jika dan hanya jika $\underline{A} \underline{V} \underline{B} = 0$ (atau, setaranya, $\underline{B} \underline{V} \underline{A} = 0$).

2. Katakan dalam sebuah sampel yang terdiri daripada 5 orang lelaki pendapatan mereka (dalam ribuan ringgit), bilangan tahun persekolahan, dan umur adalah seperti berikut:

i	y_i	x_{i1}	x_{i2}
Lelaki	Pendapatan RM1000	Bilangan Tahun Persekolahan	Umur
1	10	6	28
2	20	12	40
3	17	10	32
4	12	8	36
5	11	9	34

- (a) Tuliskan model yang sesuai untuk data tersebut.
- (b) Apakah matriks $\tilde{X}$ untuk model ini?
- (c) Dapatkan $\tilde{X}'\tilde{X}$, $(\tilde{X}'\tilde{X})^{-1}$ dan $\tilde{X}'\tilde{y}$.
- (d) Terbitkan penganggar kuasa dua terkecil untuk $\tilde{B}$. Apakah persamaan normalnya? Menggunakan data tersebut, dapatkan penganggar kuasa dua terkecil untuk $\tilde{\beta}$. Tuliskan bentuk terangkan untuk perhubungan di antara y dan x_1 dan x_2 .
- (e) Huraikan secara ringkas model pangkat penuh berbanding dengan model bukan pangkat penuh tentang penyelesaian untuk $\tilde{\beta}$. Adakan model untuk data tersebut pangkat penuh atau bukan pangkat penuh? Jelaskan.
- (f) Penganggar $\hat{\tilde{\beta}}$ dapat digunakan untuk menganggar $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$. Dapatkan penganggar untuk $E(y)$, iaitu $\widehat{E(y)}$. Apakah $\widehat{E(y)}$ dan $\text{var}[\widehat{E(y)}]$ untuk data tersebut?
- (g) Dapatkan bentuk am untuk selang keyakinan $100(1-\alpha)\%$ pada β_1 . Gunakan data tersebut untuk mencari dan menafsir selang keyakinan 95% pada β_1 .

3. Adalah diketahui bahawa suatu bahan beracun dibuangkan di dalam sebuah sungai yang mengalir ke dalam suatu kawasan perikanan komersil air-garam yang besar. Jurutera awam berminat dalam amaun bahan beracun ('in parts per million') yang didapati di dalam tiram yang dihasilkan dari tiga lokasi yang berlainan - estuari hingga teluk. Datanya adalah seperti berikut:

Lokasi 1 (sungai)		Lokasi 2 (teluk)		Lokasi 3 (estuari)	
15	29	19	20	22	15
26	28	15	13	26	17
20	21	10	15	24	24
20	26	26	18	26	
		11			

- (a) Andaikan model yang sesuai untuk eksperimen ini. Carikan ungkapan untuk $\tilde{X}$, $\tilde{y}$ dan $\tilde{\beta}$.
- (b) Carikan $\tilde{X}'\tilde{X}$ dan $\tilde{X}'\tilde{y}$.
- (c) Carikan satu songsang bersyarat untuk $\tilde{X}'\tilde{X}$, dan gunakan ini untuk mendapat satu penyelesaian kepada persamaan normal.
- (d) Jurutera-jurutera ingin membanding amaun bahan beracun yang didapati di dalam sungai dengan yang didapati di dalam teluk. Iaitu, mereka ingin membanding μ_1 dengan μ_2 . Dapatkan suatu fungsi "estimable" $t'\tilde{\beta}$, yang akan membolehkan perbandingan ini dibuat. Anggarkan $\mu_1 - \mu_2$ melalui $t'\tilde{\beta}$ di mana $\hat{\tilde{\beta}}$ ialah penyelesaian kepada persamaan normal yang terdapat di bahagian (c).
- (e) Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi $\mu_1 - \mu_2$. Berdasarkan selang ini, dapatkah disimpulkan bahawa terdapat perbezaan di dalam amaun-amaun purata bahan beracun yang didapati di dalam dua lokasi ini? Terangkan.
- (f) Tunjukkan bahawa varians teranggar yang didapati oleh SAS sama dengan varians tergembleng

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + (n_3 - 1)s_3^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + (n_3 - 1)}$$

4. (a) Cat-cat primer kapal terbang digunakan kepada muka aluminium melalui dua kaedah: 'dipping' dan 'spraying'. Tujuan primer ialah untuk memperbaiki keadaan melekat cat. Kumpulan kejuruteraan proses yang bertanggungjawab untuk operasi ini berminat mengetahui sama ada tiga primer yang tidak sama berbeza dalam sifat keadaan melekatnya. Tiga spesimen dicat dengan setiap primer dengan menggunakan kaedah 'dipping' dan 'spraying', cat terakhir digunakan dan kuasa keadaan melekat diukur. Data dari eksperimen ini adalah seperti ditunjukkan dalam Jadual di bawah:

		Kaedah	
		'Dipping'	'Spraying'
Jenis Primer	1	4.0, 4.5, 4.3	5.4, 4.9, 5.6
	2	5.6, 4.9, 5.4	5.8, 6.1, 6.3
	3	3.8, 3.7, 4.0	5.5, 5.0, 5.0

Terbitkan jadual ANOVA untuk data ini dan tafsirkan analisisnya. Analisis secara graf tentang interaksinya. Analisiskan reja-reja dari eksperimen ini.

- (b) Satu pengeluar kertas yang digunakan untuk membina beg barang-barang runcit berminat dalam memperbaiki kekuatan tegangan produknya. Kejuruteraan produk memikirkan bahawa kekuatan tegangan ('tensile strength') ialah fungsi kepekatan papan keras dalam palpanya dan bahawa julat kepekatan papan keras daripada segi praktikal ialah di antara 5 dan 20%. Satu pasukan jurutera yang bertanggungjawab untuk kajian ini menyiasat empat tahap kepekatan papan keras: 5%, 10%, 15% dan 20%. Mereka mengambil enam spesimen ujian pada setiap tahap kepekatan. Semua 24 spesimen diuji pada sebuah mesin ketegangan makmal, secara rawak. Data dari eksperimen ini adalah seperti berikut:

Kekuatan tegangan kertas (psi)

		Cerapan-Cerapan					
		1	2	3	4	5	6
Kepekatan papan keras (%)	5	7	8	15	11	9	10
	10	12	17	13	18	19	15
	15	14	18	19	17	16	18
	20	19	25	22	23	18	20

Huraikan secara ringkas tentang rekabentuk eksperimen ini. Ujikan hipotesis bahawa kepekatan papan keras yang berlainan tidak mempengaruhi min kekuatan ketegangan kertas. Dapatkan selang keyakinan 95% untuk perbezaan dalam min $\mu_3 - \mu_2$, dan tafsirkan selang ini.

... 5/-

Jika kita mempunyai

$$H_0 : \mu_1 + \mu_4 = \mu_2 + \mu_3$$

$$H_0 : \mu_1 + \mu_2 = \mu_3 + \mu_4$$

$$H_0 : \mu_1 + \mu_3 = \mu_2 + \mu_4$$

Bagaimanakah hipotesis-hipotesis ini dapat diuji?

- oooOOooo -