

April 1999

MSS 411 – Aljabar Linear Lanjutan

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, cari A^n , yang mana n adalah integer positif.

(60/100)

- (b) Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, cari C yang bersongsang supaya CAC^{-1} berbentuk $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & \gamma \end{pmatrix}$.

(40/100)

2. (a) Katakan $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$ ialah matriks bagi transformasi linear

$T : R^3 \rightarrow P_2(R)$ berhubung dengan asas

$\sigma = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ bagi R^3 dan $\beta = \{2, 1 - x, x^2\}$ bagi $P_2(R)$.

Cari $(a, b, c)T$ dan $\text{Ker}(T)$.

(50/100)

- (b) Jika $T : R^4 \rightarrow R^2$ ialah transformasi linear dan

$$(1, 0, 0, 0)T = (1, 2)$$

$$(0, 1, 1, 0)T = (2, 3)$$

$$(0, 0, 1, 1)T = (3, 4)$$

$$(0, 0, 0, 2)T = (4, 5)$$

Cari $(x, y, z, t)T$.

(50/100)

...2/-

3. (a) Katakan $S = \{(a, b, c, d) \mid a + b = c + d, a, b, c, d \in R\}$. Buktikan bahawa S adalah subruang bagi R^4 dan tentukan $\dim_R S$.

(50/100)

- (b) Katakan $A \leq B$, A, B ialah subset suatu ruang vektor. Jika B tak bersandar linear, buktikan bahawa A juga tak bersandar linear.

(50/100)

4. (a) Cari polinomial berdarjah dua yang sesuai sekali kepada data di bawah dengan kaedah "least square"

x	0	1	2	3
y	1	2	0	4

(50/100)

- (b) Jika $f : R^2 \times R^2 \rightarrow R$ ditakrifkan seperti berikut:

$$f((a, b), (c, d)) = (b - a)(d - c) + bd.$$

Buktikan bahawa f ialah suatu hasildarab noktah.

(25/100)

- (c) Cari suatu asas ortonormal bagi R^2 jika hasildarab noktah adalah f yang tertakrif dalam (b).

(25/100)

5. Katakan $T : R^2 \rightarrow R^2$ ialah transformasi linear, di mana

$$(x, y)T = (x - y, x + y)$$

$$\sigma = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}, \quad \beta = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$$

ialah dua asas bagi R^2

- (a) Cari $[T]_\sigma^\sigma$ dan $[T]_\beta^\beta$

(60/100)

- (b) Apakah hubungan di antara $[T]_\sigma^\sigma$ dan $[T]_\beta^\beta$?
Jelaskan jawapan anda.

(40/100)