

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1999/2000

Februari 2000

MSS 401 – Analisis Kompleks

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Cari pemalar nyata a dan b supaya $f(z) = f(x + iy) = x^2 - y^2 + y + i(ax + bxy)$ adalah terbezakan pada setiap z .
- (b) Selesaikan setiap persamaan berikut dengan meninggalkan jawapan dalam bentuk Cartesan.
- (i) $\cos z = \cosh \pi$ (ii) $(z^2 - 2 + 2\sqrt{3}i)(z^3 + 27i) = 0$
- (c) Nilaikan $\int_B e^{z^2} + |z - 1|^2 dz$ dengan B sebagai bulatan berarah positif $|z| = 1$.
- (Perhatian : $\cos^2 t = \frac{1 + \sin 2t}{2}$).
- (d) Bentukkan cabang $\log(z - 4)$ yang analisis pada C kecuali pada nombor-nombor di garis $\{z = x + iy : x = 4, y \leq 0\}$ serta mempunyai nilai $3\pi i$ pada $z = 3$.

(100 markah)

2. (a) Dapatkan konjugat harmonik $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + x^2 - y^2$.
- (b) Untuk setiap fungsi berikut, tentukan titik kesingularan, nyatakan jenisnya dan jika berkenaan, nyatakan peringkatnya.
- (i) $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^5}$ (ii) $g(z) = \cos\left(\frac{1}{1 - z}\right)$
- (c) Dapatkan semua fungsi f yang analisis pada cakera $D = \{z : |z| < 2\}$ serta memenuhi $f(0) = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$ dan $|f(z)| \leq 2, z \in D$.

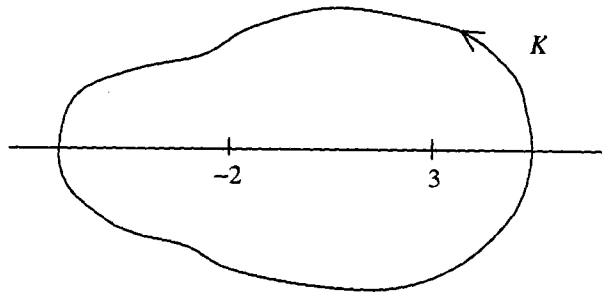
- (d) Andaikan fungsi f adalah seluruh dan $|F(z)| \leq a + b|z|$, a dan b pemalar nyata positif. Tunjukkan bahawa $f''(z) = 0$ untuk setiap z . Deduksikan fungsi f berbentuk $f(z) = \alpha z + \beta$, α dan β pemalar kompleks.

(100 markah)

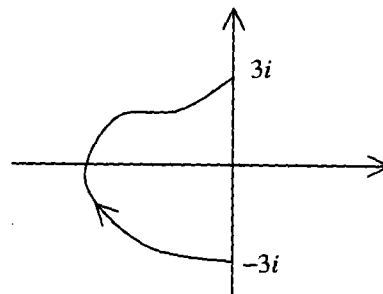
3. (a) Nilaikan setiap kamiran berikut:

(i) $\int_B \frac{\sin z}{z^4} dz$ dengan B sebagai bulatan berarah positif $|z| = 1$.

(ii) $\int_K \frac{5}{z^2 - z - 6} dz$ dengan kontur K seperti yang digambarkan.



- (iii) $\int_B z^{-1/2} dz$ dengan $z^{-1/2}$ sebagai cabang pada domain $D = \left\{ z = re^{i\theta} : r > 0, -\frac{3\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right\}$ dan K kontur seperti yang digambarkan.



- (b) Apakah imej garis mencancang $x = 2, y = t, \frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{5\pi}{4}$, di bawah pemetaan $w = e^z$?
- (c) Cari tiga perwakilan siri Laurent bagi fungsi

$$f(z) = \frac{2z - 3}{z^2 - 3z - 4}$$

dalam kuasa z .

- (d) Diberikan $f(z) = \sin z$ pada rantau $R = \{x + iy : 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq 2\}$. Cari nilai maksimum $Ny f$, $Kh f$, dan $|f(z)|$ pada R , serta titik-titik z di mana nilai maksimum tersebut dicapai.

(100 markah)