

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

MSS 312 – Aljabar Linear Lanjutan

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM soalan di dalam DUA halaman bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. Biarkan

$$\begin{aligned} V &= \{(a_{ij})_{n \times n} \mid a_{ij} \in R\} \\ W &= \{(a_{ij})_{n \times n} \in V \mid (a_{ij})^t = (a_{ij})\} \\ S &= \{(a_{ij})_{n \times n} \in V \mid (a_{ij})^t = -(a_{ij})\}. \end{aligned}$$

- (a) Tunjukkan bahawa W dan S ialah subruang bagi V .
- (b) Tentukan $\dim_R W$.
- (c) Tunjukkan $V = W \oplus S$.

(100/100)

2. (a) Cari suatu transformasi linear $T: R^3 \rightarrow R^2$ supaya $T(1, 1, 1) = (1, 2)$.
- (b) Jika $T: R^3 \rightarrow R^2$ ditakrifkan sebagai

$$T(x, y, z) = (3x - y, x + y).$$

Cari matriks T berhubung dengan asas $A = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ dan $B = \{(1, 1), (2, 3)\}$.

(100/100)

3. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, cari A^n di mana n ialah integer positif.

(100/100)

4. (a) $f: R^3 \times R^3 \rightarrow R$ ditakrifkan sebagai

$$f((a, b, c), (x, y, z)) = (a - b)(x - y) + (b - c)(y - z) + cz.$$

Tunjukkan bahawa f ialah suatu hasil darab noktah.

- (b) Terhadap f , cari suatu asas ortonormal bagi R^3 .

(100/100)

5. (a) Tunjukkan bahawa matriks A tak singular jika dan hanya jika polinomial minimumnya mempunyai sebutan pemalar tak sifar.
- (b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Cari polinomial minimum A dan dengan demikian, cari A^{-1} jika A^{-1} wujud.
- (100/100)
6. (a) $A = (a_{ij})_{n \times n}$. Jika hasil tambah permasukan setiap lajurnya adalah k , di mana k adalah suatu pemalar, tunjukkan bahawa k ialah suatu nilai eigen bagi A . Tentukan vektor eigen sepadan dengan k .
- (b) Jika $A^2 = A$ di mana $A = (a_{ij})_{m \times m}$. Buktikan bahawa

$$0 \leq \sum_{i=1}^m a_{ii} \leq m.$$

(100/100)

-ooo0ooo-