

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

**MSG 465 - Analisis Siri Masa**

Masa : [3 jam]

---

Jawab Semua Soalan.

1. (a) Pertimbangkan satu proses  $AR(1)$  berikut:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t$$

- (i) Tunjukkan bahawa proses ini merupakan suatu proses pegun, dan berikan syarat kepegunan proses ini.
- (ii) Dapatkan perwakilan purata bergerak bagi proses  $AR(1)$  ini.
- (iii) Tunjukkan bahawa proses ini boleh ditulis sebagai  $\alpha_1 B(\alpha^{-1} B^{-1} - 1)X_t = Z_t$ , dan seterusnya  $X_t = \alpha^{-1} B^{-1} (\alpha^{-1} B^{-1} - 1)^{-1} Z_t$ . Dengan itu, tunjukkan bahawa kita boleh juga membuat kesimpulan bahawa proses ini boleh dimodelkan dalam sebutan  $Z_t$  untuk masa depan.

(60/100)

- (b) Pertimbangkan proses autoregresi pegun peringkat  $p$  berikut:

$$X_t = C + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + Z_t$$

dengan  $\{Z_t\}$  suatu proses rawak yang mempunyai min 0 dan varians 1.

- (i) Dapatkan min bagi  $X_t$ .
- (ii) Andaikan  $C = 0$  dan  $p = 2$ . Dapatkan varians bagi suatu proses  $AR(2)$ ,  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + Z_t$ .

- (iii) Gunakan ungkapan varians berikut untuk mendapatkan rantau kepegunan bagi suatu proses  $AR(2)$ .

$$\sigma_x^2 = \frac{(1 - \alpha_2)}{(1 + \alpha_2)(1 - \alpha_1 - \alpha_2)(1 + \alpha_1 - \alpha_2)} \sigma_z^2$$

(40/100)

2. (a) Bacaan bagi kepekatan suatu hasil kimia telah menghasilkan min sampel  $\bar{X} = 34.93$ , fungsi autokorelasi sampel dan fungsi autokorelasi separa berikut:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r_k$	.44	-.11	-.34	-.24	.00	.19	.11	-.05	-.14	-.11	-.03	.02
$r_{kk}$	.44	-.38	-.16	-.03	.04	.08	-.10	-.03	-.03	-.03	-.04	-.05

- (i) Berdasarkan kepada fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi separa, apakah model yang sesuai yang telah menjana data siri masa tersebut?
- (ii) Dapatkan anggaran awal bagi parameter model yang dipilih.
- (iii) Berikut diberikan fungsi autokorelasi bagi reja yang diperolehi

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r_k(\hat{Z})$	-.14	.09	-.06	-.07	-.03	.10	-.02	-.04	-.05	-.06	.03	-.02

Jalankan satu analisis reja dan nyatakan kesimpulannya. Diberikan

$$Q = (N - d) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{Z}) \text{ dan } X_{.05,9}^2 = 16.92, X_{.05,10}^2 = 18.31.$$

(60/100)

- (b) Pertimbangkan suatu model bermusim  $ARTPB(p, d, q)(P, D, Q)_s$

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2)(1 - \Phi_1 B^s) X_t = (1 - \Theta_2 B^{2s})(1 + \theta_1 B) Z_t$$

- (i) Berikan nilai-nilai  $p, d, q, P, D$  dan  $Q$ .
- (ii) Nyatakan syarat-syarat bagi parameter-parameter model supaya proses ini merupakan satu proses pegun dan boleh songsang.
- (iii) Dapatkan telahan  $\hat{X}_t(2)$  apabila  $s = 12$ .

(40/100)

3. (a) Terangkan secara ringkas proses pembinaan model mengikut kaedah Box-Jenkins.

(30/100)

(b) Jika siri masa pada awalnya merupakan suatu siri masa tak pegun, kaedah Box-Jenkins memerlukan bahawa satu siri masa pegun diperolehi. Pada amnya, terangkan bagaimanakah caranya untuk mendapatkan siri masa pegun ini.

(5/100)

(c) Terangkan secara ringkas sifat fungsi autokorelasi bagi suatu siri masa pegun.

(5/100)

(d) Terangkan sifat fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi separa bagi suatu model purata bergerak peringkat  $q$ , model autoregresi peringkat  $p$  dan juga suatu model bercampur, autoregresi - purata bergerak peringkat  $(p, q)$ .

(30/100)

(e) Pertimbangkan model purata bergerak peringkat kedua,  $PB(2)$ , berikut:

$$X_t = Z_t - \theta_1 Z_{t-1} - \theta_2 Z_{t-2}.$$

(i) Dapatkan fungsi Green bagi model  $PB(2)$  ini.

(ii) Tunjukkan bahawa fungsi autokorelasi bagi model ini ialah

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 1 \\ \rho_1 &= \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \\ \rho_2 &= \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \\ \rho_k &= 0, \quad k \geq 3 \end{aligned}$$

(30/100)

4. (a) Andaikan  $U_t$  dan  $V_t$  merupakan proses  $AR(1)$ ,

$$\begin{aligned}(1 - \alpha_{1u} B)U_t &= Z_{1u} & \text{dan} \\ (1 - \alpha_{1v} B)V_t &= Z_{1v}\end{aligned}$$

dengan  $Z_{1u}$  dan  $Z_{1v}$  merupakan proses rawak tak bersandar, masing-masing mempunyai taburan  $N(0, \sigma_1^2)$  dan  $N(0, \sigma_2^2)$ .

Dengan menggunakan operasi anjak belakang  $B$ , tunjukkan bahawa  $X_t = U_t + V_t$  akan merupakan suatu proses  $ARPB(2,1)$ . Dapatkan pula taburan bagi proses rawak yang diperolehi.

(30/100)

- (b) Pertimbangkan model  $ARPB(2,1)$  berikut:

$$X_t - 1.1X_{t-1} + 0.3X_{t-2} = Z_t - 0.6Z_{t-1}.$$

Dapatkan fungsi autokovarians dan hitungkan  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  dan  $\rho_4$ .

(30/100)

- (c) Bagi satu sampel data siri masa bersaiz 100, model  $AR(2)$  telah digunakan untuk menyuaikan data, iaitu,

$$X_t = 0.5X_{t-1} - 0.5X_{t-2} + Z_t.$$

Andaikan  $X_{100} = 0.8$ ,  $X_{99} = 1.8$  dan selang keyakinan 95% bagi telahan selangkah ke hadapan yang dibuat pada masa  $t = 100$  ialah  $(-1.5, 0.5)$ .

- (i) Dapatkan  $\hat{X}_t$  (2),  $\hat{X}_t$  (3) dan selang keyakinan 95% masing-masing.

- (ii) Jika  $X_{101} = 0$ , kemaskinikan telahan yang diperolehi.

(40/100)