UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

MSG 345 - Teknik-Teknik Interpolasi dan Penghampiran untuk CAD/CAM

Masa : [3 jam]

Jawab Semua Soalan.

1. (a) Terangkan secara ringkas mengenai

(i) Algoritma Oslo
(ii) Algoritma pemotongan pepenjuru

untuk menjana lengkung B-Splines.

(35/100)

(b) Lengkung Bezier Kubik nisbah boleh diungkapkan sebagai

$$P(t)=\frac{\alpha(1-t)^3A+(1-t)^2tB+(1-t)t^2C+\beta t^3D}{\alpha(1-t)^3+(1-t)^2t+t^2(1-t)+\beta t^3}$$

dengan $0 \le t \le 1$, $\alpha,\beta > 0$ dan A,B,C,D adalah titik kawalan.

(i) Dapatkan hubungan α,β,A,B,C,D supaya lengkung di atas terturun ke kuadratik.

(ii) Dapatkan nilai-nilai α supaya lengkung nisbah di atas menjana lengkok parabola, hiperbola, elips dan bulatan.

(40/100)

...2/-

(c) Katakan lengkung *P(t)* ditakrifkan sebagai

$$P(t) = \begin{cases} p_1(t) & , \quad 0 \le t \le 1 \\ p_2(t) & , \quad 1 \le t \le 2 \end{cases}$$

dengan

$$p_1(t) = \quad (2t - t^2 \quad , \; 2t - t^2)$$
$$p_2(t) = (t^2 - 2t + 2, \; -t^2 + 2t)$$

Tunjukkan bahawa *P(t)* adalah selanjar C^1. Terangkan mengapa *P(t)* tidak selanjar G^1 pada titik $t = 1$.

(25/100)

2. (a) Permukaan segitiga Bezier berdarjah n ditakrifkan sebagai

$$P(u, \mathrm{v}, w) = \sum_{i+j+k=n} V_{i,j,k} \frac{n!}{i!\,j!\,k!} u^i \mathrm{v}^j w^k$$

Sekiranya darjah $P(u, \mathrm{v}, w)$ ditingkatkan ke $(n+1)$, yakni

$$\sum_{i+j+k=n} V_{i,j,k} \frac{n!}{i!\,j!\,k!} u^i \mathrm{v}^j w^k = \sum_{i+j+k=n+1} \hat{V}_{i,j,k} \frac{(n+1)!}{i!\,j!\,k} u^i \mathrm{v}^j w^k$$

maka tunjukkan bahawa

$$\hat{V}_{i,j,k} = \frac{i}{n+1} V_{i-1,j,k} + \frac{j}{n+1} V_{i,j-1,k} + \frac{k}{n+1} V_{i,j,k-1} \text{ dengan } i + j + k = n + 1.$$

(30/100)

(b) Terangkan mengenai algoritma de Casteljau untuk menjana permukaan segitiga. Lakarkan pelaksanaannya untuk kes kubik.

(30/100)

(c) Fungsi B-Spline kubik pada selang $\nu < t \leq \nu + 1$ boleh diungkapkan sebagai

$$P_\nu(t) = \sum_{i=0}^{3} b_{\nu,i} B_i^3(t-\nu)$$

dengan B_i^3 merupakan polinomial Bernstein berdarjah tiga.
Diberikan $b_{\nu,i} = 0 \ \forall \nu \neq 0,1,2,3$. Dengan menggunakan syarat keselanjaran C^2, kita boleh tentukan bahawa $b_{0,0} = b_{0,1} = b_{0,2} = b_{3,1} = b_{3,2} = b_{2,3} = 0$.
Dengan meletakkan $b_{0,3} = \alpha$ dan $b_{3,0} = \beta$, kita memperolehi

$$b_{1,0} = \alpha, b_{1,1} = 2\alpha, b_{1,2} = 4\alpha, b_{2,3} = \beta, b_{2,2} = 2\beta, b_{2,1} = 4\beta.$$

(i) Dengan cara di atas, tunjukkan bahawa $b_{1,3} = b_{2,0} = 4\alpha$.

(ii) Untuk memenuhi syarat hul cembung, tunjukkan bahawa $\alpha = \frac{1}{6}$.

(40/100)

3. (a) Di dalam kaedah interpolasi pengekalan corak titik $I_i, i = 0,\ldots n$, kecerunan T_i pada I_i diberikan oleh

$$T_i = a_i(I_i - I_{i-1}) + b_i(I_{i+1} - I_i)$$

dengan $a_i, b_i > 0$. Jika

$$R_i = (I_i - I_{i-1}) \times (I_{i+1} - I_i)$$

terangkan sebab kita memilih

$$a_i = |R_{i+1}| \text{ dan } b_i = |R_{i-1}|$$

(20/100)

(b) Fungsi polinomial cebis-demi-cebis β-Spline kubik seragam $b_i(t)$, $i = 0,1,2,3$, mempunyai sifat-sifat:

(i) $b_i(t) = a_{io} + a_{i1}t + a_{i2}t^2 + a_{i3}t^3$ dengan $i \leq t \leq i+1$ dan $a_{i,j}$, $j = 0,1,2,3$ merupakan koefisien malar.

(ii) $b_i(t) = 0$, $t \notin (0,4)$

(iii) $b_0(t) + b_1(t+1) + b_2(t+2) + b_3(t+3) = 1$

(iv) $b_i(t) \in G^2$, $i = 0,1,2,3$

Terangkan bagaimana mendapatkan polinomial-polinomial tersebut.

(45/100)

(c) Bincangkan bagaimana kita dapat membina permukaan C^1 dari data yang berselerak.

(35/100)

- oooOOooo -