

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

MKT 261 - Kaedah Statistik Gunaan

[Masa: 3 Jam]

---

Jawab SEMUA lima soalan. Soalan-soalan MESTI dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Sifir New Cambridge Elementary Statistical Tables disediakan. Satu set lampiran dikepilkan. Alat penghitung "non-programmable" boleh digunakan. Ia disediakan oleh pelajar diri sendiri.

1. (a) Jika  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ialah suatu sampel rawak dari suatu populasi normal yang minnya ialah  $\mu$  dan variannya ialah  $\sigma^2$ ,
- (i) Tunjukkan bahawa min sampel ialah penganggar saksama bagi  $\mu$ , dan varians sampel ialah penganggar saksama bagi  $\sigma^2$ .
  - (ii) Tunjukkan bahawa taburan bagi  $T = \sum (x_i - \bar{x})^2 / \sigma^2$  bertaburan chi-kuasadua dengan  $(n-1)$  darjah kebebasan. (40%)
- (b) Sebiji dadu dilemparkan sehingga permukaan 6-mata muncul untuk kali yang pertama, dan bilangan pelemparan  $x$  diperlukan dicatatkan. Percubaan ini diulangkan beberapa kali. Datanya:

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9 atau lebih
$f_i$ , frekuensi	40	33	27	24	20	18	14	12	28

Ujikan hipotesis bahawa dadu itu adalah adil. Gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(30%)

- (c) Lima sampel yang saling tak bersandar diambil 5 populasi yang berlainan dan maklumatnya seperti yang ditunjukkan:

sampel	min	varians
1	34.7	650.86
2	38.5	1219.78
3	40.2	868.43
4	37.7	785.64
5	38.2	808.73

Ujikan hipotesis bahawa varians 5 populasi ini adalah sama. Gunakan ujian Bartlett.  $\alpha = 0.05$ .

(30%)

2. (a) Di dalam suatu analisis linear mudah y ke atas x, datanya seperti berikut:

x	1	5	9	13	17
y	2	6	9	9	12

- (i) Cari garislurus regresi sampel  $\hat{y} = a + bx$ .  
(ii) Ujikan keertian regresi. Gunakan keertian  $\alpha = 0.05$ .  
(iii) Hitungkan pekali penentuan  $r^2$ .  
(iv) Cari selang ramalan 95% untuk suatu cerapan kelak apabila  $x = 20$ .

(70%)

- (b) Di dalam satu regresi linear mudah y ke atas x, diberi:

x	6.9	6.5	6.0	6.0	5.6	5.6	5.6	5.0	4.7
y	5.0	3.4	3.2	3.4	3.5	2.1	2.8	2.0	3.2

x	4.0	4.0	4.0	3.3	3.3	2.0	1.0	1.0
y	2.6	2.6	2.2	1.8	3.7	2.8	2.3	1.8

dan  $S_{yy} = 10.97$ ,  $S_{xy} = 13.62$ ,  $S_{xx} = 52.53$   
 $\bar{x} = 4.382$ ,  $\bar{y} = 2.847$

- (i) Dapatkan garislurus regresi linear sampel.  
(ii) Ujikan kekurangan penyuaian regresi linear ini. Gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(30%)

3. (a) Di dalam suatu analisis linear berganda dua,

$$\mu_{y|x_1, x_2} = A + B_1 X_1 + B_2 X_2$$

$n = 16$  dan persamaan normalnya ialah

$$\begin{pmatrix} 16 & 8 & 4 \\ 8 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 120 \\ 40 \end{pmatrix}$$

dan

$$\begin{pmatrix} 16 & 8 & 4 \\ 8 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.20 & -0.25 & -0.5 \\ -0.25 & 0.50 & 0 \\ -0.05 & 0 & 0.20 \end{pmatrix}$$

- (i) Cari persamaan regresi linear sampel.  
 (ii) Diberi  $\sum y_i^2 = 6540$ , ujikan hipotesis bahawa regresi linear adalah bererti. Gunakan  $\alpha = 0.05$ .
- (60%)
- (b)  $(x, y)$  adalah pembolehubah rawak. Dari sampel yang saiznya  $n = 20$ , didapati:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 144$$

$$\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 54$$

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 25$$

- (i) Cari pekali korelasi sampel.  
 (ii) Ujikan hipotesis bahawa pekali korelasi populasi ialah sifar. Gunakan paras keertian  $\alpha = 0.05$ .
- (20%)
- (c) Suatu sampel diambil dari populasi normal dan datanya adalah seperti yang berikut:

1.25	2.35	1.61
2.90	2.45	2.52
1.34	2.48	1.76

Binakan satu selang keyakinan 95% bagi varians populasi.

(20%)

4. (a) Sebuah kilang kain mempunyai bilangan mesin tenun yang banyak. Setiap mesin tenun sepatutnya menghasilkan kain yang sama banyak setiap jam. Pada suatu pemeriksaan, 4 buah mesin tenun dipilih secara rawak dan amaun pengeluaran diperhatikan. Data adalah seperti yang berikut:

Mesin tenun	Kilo/Jam				Jumlah min
1	24.6	24.1	26.5	23.8	99.0
2	20.5	21.4	22.3	22.5	86.7
3	18.2	17.4	22.2	20.3	78.1
4	19.2	18.4	18.6	19.8	76.0

$$\sum \sum x_{ij}^2 = 7320.54.$$

- (i) Tulis modal ujikaji ini.  
(ii) Adakah mesin tenun mengeluarkan kain yang sama banyak? Gunakan  $\alpha = 0.05$ .  
(iii) Bandingkan min-min dengan menggunakan ujian julat berganda Duncan. Gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(50%)

- (b) Di dalam satu analisis untuk membandingkan min kesan 4 rawatan, A, B, C, dan D, rekabentuk segiempat sama Latin digunakan. Datanya seperti ditunjukkan:

Baris	Ruang				Jumlah
	1	2	3	4	
1	Ⓒ 44	Ⓐ 41	Ⓑ 30	Ⓓ 40	155
2	Ⓑ 41	Ⓒ 42	Ⓓ 49	Ⓐ 49	181
3	Ⓐ 59	Ⓓ 41	Ⓒ 59	Ⓑ 34	193
4	Ⓓ 58	Ⓑ 39	Ⓐ 53	Ⓒ 59	207
Jumlah	202	161	191	182	736

$$\sum \sum \sum y_{ijk} = 736, \quad \sum \sum \sum y_{ijk}^2 = 35186$$

Ujikan hipotesis bahawa min kesan rawatan A, B, C dan D adalah sama. Gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(50%)

5. (a) Suatu ujikaji tentang perangsang-sambutan melabatkan 3 rawatan (3 jenis perangsang) telah dijalankan di dalam rekabentuk blok rawakan lengkap yang menggunakan 4 orang (blok). Sambutannya ialah panjang masa untuk bertindak selepas perangsang diberikan. Cerapan-cerapannya adalah seperti ditunjukkan.

blok (orang)			
1	① 1.7	③ 2.3	② 3.4
2	③ 2.1	① 1.5	② 2.6
3	① 0.1	② 2.3	③ 0.8
4	② 2.2	① 0.6	③ 1.6

Nombor di dalam bulatan ialah jenis rawatan dan  $\sum \sum Y_{ij}^2 = 46.86$ .

- (i) Adakah data menunjukkan perbezaan di dalam min-min sambutan? Gunakan  $\alpha = 0.05$ .
- (ii) Adakah data menunjukkan blok-blok (orang) berbeza secara bererti? Gunakan  $\alpha = 0.05$ .

(50%)

- (b) Seorang ahli kimia sedang mengkaji hasil suatu proses kimia. Dua faktor yang dianggap penting ialah suhu dan kepekatan cair yang digunakan. Tiga aras setiap faktor dipilih, dan satu ujikaji faktor dengan tiga repika dijalankan. Datanya adalah seperti ditunjukkan:

suhu	Kepekatan		
	rendah	pertengahan	tinggi
100	78	84	98
	67	88	101
	72	91	97
150	97	90	102
	103	108	112
	88	96	100
200	102	104	116
	98	110	110
	95	98	120

$$\sum \sum \sum Y_{ijk}^2 = 259251, \quad \sum \sum \sum Y_{ijk} = 2625.$$

- (i) Sajikan kedudukannya di dalam graf.
- (ii) Adakah kesan suhu mempengaruhi hasil proses kimia ini?
- (iii) Adakah kesan kepekatan mempengaruhi hasil proses kimia ini?
- (iv) Adakah faktor suhu dan kepekatan bersaling tindak?

Gunakan keertian  $\alpha = 0.05$ .

(50%)

1. Rekabentuk rawakan lengkap

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA$$

Bagi sebarang kontras  $L = \sum_i c_i y_{i.}$ ,

$$SSL = \left( \sum_i c_i y_{i.} \right)^2 / \left( n \sum_i c_i^2 \right)$$

2. Rekabentuk blok rawakan

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

3. Rekabentuk segiempat sama Latin

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSR = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSC = \sum_k \frac{y_{..k}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSR - SSC - SSA$$

4. Rekabentuk faktorial (dua faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{\text{sub-jumlah}} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSAB = SS_{\text{sub-jumlah}} - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SS_{\text{sub-jumlah}}$$

5. Korelasi dan regresi linear mudah

$$r^2 = \frac{\left( \sum_i x_i y_i - \left( \sum_i x_i \right) \left( \sum_i y_i \right) / n \right)^2}{\left[ \sum_i x_i^2 - \left( \sum_i x_i \right)^2 / n \right] \left[ \sum_i y_i^2 - \left( \sum_i y_i \right)^2 / n \right]}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \left( \sum_i x_i \right) \left( \sum_i y_i \right) / n}{\sum_i x_i^2 - \left( \sum_i x_i \right)^2 / n}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$SSE = S_{yy} - \hat{\beta}_1^2 S_{xx}$$

$$= S_{yy} - \hat{\beta}_1 S_{xy}$$

$$\hat{\sigma}^2 = S_{Y|X}^2 = \frac{SSE}{n - 2} = MSE$$

Anggaran ralat piawai bagi  $\hat{\beta}_0$  ialah

$$\sqrt{MSE \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)}$$

Anggaran ralat piawai bagi  $\hat{\beta}_1$  ialah

$$\sqrt{MSE/S_{xx}}$$

Selang amalan  $100(1 - \alpha)\%$  pada  $x = x_0$  bagi satu cerapan kelak  $y_0$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{MSE \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

Selang keyakinan  $100(1 - \alpha)\%$  pada  $x = x_0$  bagi  $\mu_{Y|X_0}$  ialah

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{MSE \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$



APPENDIX

**Table 7 Relationship between  $z$  and  $r$  (or  $\mu_z$  and  $\rho$ )**

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.0000	.0100	.0200	.0300	.0400	.0500	.0599	.0699	.0798	.0898
.1	.0997	.1096	.1194	.1293	.1391	.1489	.1587	.1684	.1781	.1878
.2	.1974	.2070	.2165	.2260	.2355	.2449	.2543	.2636	.2729	.2821
.3	.2913	.3004	.3095	.3185	.3275	.3364	.3452	.3540	.3627	.3714
.4	.3800	.3885	.3969	.4053	.4136	.4219	.4301	.4382	.4462	.4542
.5	.4621	.4700	.4777	.4854	.4930	.5006	.5080	.5154	.5227	.5299
.6	.5370	.5441	.5511	.5581	.5649	.5717	.5784	.5850	.5915	.5980
.7	.6044	.6107	.6169	.6231	.6291	.6352	.6411	.6469	.6527	.6584
.8	.6640	.6696	.6751	.6805	.6858	.6911	.6963	.7014	.7064	.7114
.9	.7163	.7211	.7259	.7306	.7352	.7398	.7443	.7487	.7531	.7574
1.0	.7616	.7658	.7699	.7739	.7779	.7818	.7857	.7895	.7932	.7969
1.1	.8005	.8041	.8076	.8110	.8144	.8178	.8210	.8243	.8275	.8306
1.2	.8337	.8367	.8397	.8426	.8455	.8483	.8511	.8538	.8565	.8591
1.3	.8617	.8643	.8668	.8693	.8717	.8741	.8764	.8787	.8810	.8832
1.4	.8854	.8875	.8896	.8917	.8937	.8957	.8977	.8996	.9015	.9033
1.5	.9052	.9069	.9087	.9104	.9121	.9138	.9154	.9170	.9186	.9202
1.6	.9217	.9232	.9246	.9261	.9275	.9289	.9302	.9316	.9329	.9342
1.7	.9354	.9367	.9379	.9391	.9402	.9414	.9425	.9436	.9447	.9458
1.8	.9468	.9478	.9488	.9498	.9508	.9518	.9527	.9536	.9545	.9554
1.9	.9562	.9571	.9579	.9587	.9595	.9603	.9611	.9619	.9626	.9633
2.0	.9640	.9647	.9654	.9661	.9668	.9674	.9680	.9687	.9693	.9699
2.1	.9705	.9710	.9716	.9722	.9727	.9732	.9738	.9743	.9748	.0753
2.2	.9757	.9762	.9767	.9771	.9776	.9780	.9785	.9789	.9793	.9797
2.3	.9801	.9805	.9809	.9812	.9816	.9820	.9823	.9827	.9830	.9834
2.4	.9837	.9840	.9843	.9846	.9849	.9852	.9855	.9858	.9861	.9863
2.5	.9866	.9869	.9871	.9874	.9876	.9879	.9881	.9884	.9886	.9888
2.6	.9890	.9892	.9895	.9897	.9899	.9901	.9903	.9905	.9906	.9908
2.7	.9910	.9912	.9914	.9915	.9917	.9919	.9920	.9922	.9923	.9925
2.8	.9926	.9928	.9929	.9931	.9932	.9933	.9935	.9936	.9937	.9938
2.9	.9940	.9941	.9942	.9943	.9944	.9945	.9946	.9947	.9949	.9950
3.0	.9951									
4.0	.9993									
5.0	.9999									

The  $r$ -values appear in the body of the table, the  $z$ -values in scales at the left and above the table.

VII. Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan<sup>a</sup>.

		$r_{01}(p, f)$											
		$p$											
$f$		2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1		90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2		14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3		8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.3	9.3	9.3
4		6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.5	7.5	7.5
5		5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.8	6.8	6.8
6		5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.3	6.3	6.3
7		4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	6.0	6.0	6.0
8		4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.8	5.8	5.8
9		4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.7	5.7	5.7
10		4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.55	5.55	5.55
11		4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.39	5.39	5.39
12		4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.26	5.26	5.26
13		4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.15	5.15	5.15
14		4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	5.07	5.07	5.07
15		4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	5.00	5.00	5.00
16		4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.94	4.94	4.94
17		4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.73	4.75	4.89	4.89	4.89
18		4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.85	4.85	4.85
19		4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.82	4.82	4.82
20		4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.79	4.79	4.79
30		3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.65	4.71	4.71
40		3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.59	4.69	4.69
60		3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.53	4.66	4.66
100		3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.48	4.64	4.65
$\infty$		3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.41	4.60	4.68

$f$  = darjah kebebasan.

<sup>a</sup> Dikeluarkan dengan kebenaran daripada "Multiple Range and Multiple F Tests," oleh D.B. Duncan, *Biometrics*, Jil. 1, No. 1, hlm 1-45, 1955.

VII. Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan (*bersambung*)

		$r_{05}(p, f)$											
		$p$											
$f$		2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1		18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
2		6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3		4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
4		3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
5		3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
6		3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
7		3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
8		3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
9		3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
10		3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48
11		3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48
12		3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48
13		3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47
14		3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47
15		3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47
16		3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47
17		2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47
18		2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
19		2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
20		2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47
30		2.89	3.04	3.12	3.20	2.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47
40		2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47
60		3.83	2.89	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48
100		2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53
$\infty$		2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67

 $f$  = darjah kebebasan