UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

MAT 413 - Aljabar Moden II

[Masa: 3 Jam]

Jawab **SEMUA** ketiga-tiga soalan. **Soalan I (1-25)** dan **Soalan II (26-50)** dijawab dengan kertas jawapan yang disediakan di belakang buku ini.

Soalan I ***(100 Markah)***

Bagi setiap subsoalan berikut, pilih jawapan yang paling sesuai. Pilihan X bermakna semua jawapan yang diberi di hadapan tak sesuai.

1. Diberi $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 1 & 6 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix}$. Maka:

   (a) $|A| = 32$
   (b) $A^3 + A^2 = \tilde{O}$
   (c) $AX = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ mempunyai penyelesaian unik jika $a + b + c = 0$
   (d) set vektor lajur dari A adalah suatu asas bagi R^3
   (e) b.e.b.t. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. Diberi $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

   (a) $W = \{X \in R^3 | BX = \tilde{O}\} \Rightarrow \dim(W) = 1$
   (b) B berpepenjuru
   (c) hasiltambah nilaieigen $B = 15$
   (d) set vektor lajur dari B bersandar linear
   (e) X

3. Set vektor berikut tak bersandar linear:

(a) $\left\{\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\-4\\8\end{pmatrix}\right\}$

(b) $\left\{X \;\middle|\; \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\\3 & 1 & 2\end{pmatrix}X = \tilde{O}\right\}$

(c) $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\0 & 1 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{pmatrix}\right\}$

(d) $\{A \in M_{2x2} | A \text{ adalah ortogon}\}$

(e) $\{A \in M_{2x2} | A \text{ adalah singular}\}$

4. $W \subset M_{2x2}$. W adalah suatu subruang bagi M_{2x2} jika $W = ?$

(a) $\left\{A \;\middle|\; A \text{ serupa dengan} \begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}\right\}$

(b) $\{A \mid |A| = 0\}$

(c) $\left\{A \;\middle|\; A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right\}$

(d) $\left\{A \;\middle|\; A\begin{pmatrix}1 & 4\\3 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 4\\3 & 6\end{pmatrix}A\right\}$

(e) X

5. Diberi $U = \left\{\begin{pmatrix}a & 2a-b\\3b & a+c\end{pmatrix} \;\middle|\; a, b, c \in R\right\}$ dan $W = \left\{\begin{pmatrix}x+y-z & 2y-z\\x-y+z & 3x-y+z\end{pmatrix} \;\middle|\; x, y, z \in R\right\}$. Maka dim $(U + W)$ + dim $(U \cap W)$ – dim $(W) = ?$

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) X

6. Diberi $W = \left\{\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\1 & -1 & 1\\2 & -1 & 0\\3 & -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \;\middle|\; x, y, z \in R\right\}$. Maka dim $(W) = ?$

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) X

7. Diberi $A=\begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 6 & 6 & 8 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. Maka:

(a) $|A| = 20$

(b) 0 adalah salah satu nilaieigen A

(c) hasildarab semua nilaieigen ialah -20

(d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ adalah suatu vektoreigen dari A

(e) X

8. Diberi $u=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $p=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $q=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $r=\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Maka set berikut adalah bersandar linear serta minimal.

(a) $\{u, v, p, q, r\}$ (b) $\{u, v, p, q\}$ (c) $\{u, v, p\}$
(d) $\{u, v, w, p\}$ (e) X

9. Diberi $|A - \lambda I_3| = -\lambda^3 + 3\lambda^2 - 2\lambda$. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

(a) $|A| = 0$ (b) $A - 3I$ adalah tak singular
(c) pangkat $(A - I) \leq 2$ (d) A berpepenjuru
(e) $A^3 - 2A^2 + A = I$

10. A adalah matriks 3 x 3 yang mempunyai set 3 vektoreigen yang tak bersandar linear. Maka:

(a) $|A| \neq 0$ (b) $|A| = 0$ (c) $A \simeq \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
(d) A mempunyai 3 nilaieigen yang berlainan (e) X

11. Diberi matriks Soloman $A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 3 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$. Maka $A \simeq ?$

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(c) A^{-1} (d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (e) X

12. Diberi $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ dan $A^{-1}BA = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 0 \\ 8 & 9 & 1 \end{pmatrix}$. Maka:

(a) $A \simeq B$ (b) $|B - \lambda \mathrm{I}| = |A - \lambda \mathrm{I}|$

(c) set nilaieigen dari B^T ialah $\{1, 9, 64\}$ (d) $|A\,(\mathrm{adj}\; B)| \neq 0$

(e) X

13. Diberi $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ dan diketahui $|A - \lambda \mathrm{I}| = -(\lambda - 5)\,(\lambda - 1)^2$. Maka A serupa dengan:

(a) $\begin{pmatrix} 5 & 14 & 13 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ (e) X

14. Diberi $T\colon R^4 \to R^3$ sedemikian $T(X) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} X$. Maka:

(a) T adalah 1 - 1 (b) T adalah menyeluruh

(c) $\dim(N_T) = 0$ (d) $\dim(R_T) = 4$ (e) X

15. Diberi $T: R^3 \to R^3$ suatu transformasi linear sedemikian $T\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix} = T\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = T\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\9\\81\end{pmatrix}$. Maka:

(a) T adalah 1 - 1 (b) T adalah menyeluruh

(c) $T\begin{pmatrix}8\\8\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8\\8\\8\end{pmatrix}$ (d) $\dim(R_T) = 1$ (e) X

16. Diberi $T: R^2 \to R^2$ sedemikian $T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x & -y\\x & -y\end{pmatrix}$. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

(a) $N_T \simeq R_T$ (b) $N_T = R_T$ (c) $\dim\left(N_{T^2}\right) = 2$

(d) $\dim\left(R_{T^2}\right) = 1$ (e) X

17. Diberi $T: R^n \to R^n$ sedemikian $T(X) = AX$; $A = \{v_1, \ldots, v_n\}$ dan $B = \{T(v_1), \ldots, T(v_n)\}$. Maka:

(a) A tbl $\Rightarrow B$ tbl

(b) B bl $\Rightarrow A$ bl

(c) $[T(v_1), \ldots, T(v_n)]$ singular $\Rightarrow$ $[v_1, \ldots, v_n]$ singular

(d) B tbl $\Rightarrow$ T adalah 1–1

(e) X

18. Diberi $T: R^3 \to R^2$ sedemikian $T\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ dan $T(X) = \begin{pmatrix}a & b & c\\d & e & f\end{pmatrix}X$. Maka $a+b+c+d+e+f = ?$

(a) 1 (b) 3 (c) 5 (d) 7 (e) X

19. Fungsi T berikut bukan transformasi linear:

(a) $T: R^3 \to R^3$ sedemikian $T(X) = 3X$

(b) $T: M_{2x2} \to M_{2x2}$ sedemikian $T(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X + X$

(c) $T: R^2 \to R^2$ sedemikian $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ bagi vektor lain dari R^2

(d) $T: M_{2x2} \to M_{2x2}$ sedemikian $T(A) = A + A^T$

(e) X

20. Diberi $T: R^3 \to R^3$ sedemikian $T(X) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X$ dan B adalah suatu asas tertib bagi R^3. Maka:

(a) $[T]_B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $|[T]_B - \lambda I| = (\lambda - 1)\,\lambda\,(\lambda - 4)$

(c) $[T]_B$ berpepenjuru

(d) $[T]_B$ serupa dengan $\begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 3 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$

(e) X

21. Diberi $U = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \; x, y, z \in R \right\}$ dan

$W = \left\{ X \middle| \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} X = \tilde{0} \right\}$; $T: U \to W$ adalah suatu transformasi linear; A dan B adalah asas tertib bagi U dan W masing-masing. Maka saiz $[T]_{AB}$ ialah:

(a) 1 x 2 (b) 2 x 1 (c) 2 x 2 (d) 2 x 3 (e) 3 x 2

22. Diberi $T{:}V \to V$ adalah suatu transformasi linear; A dan B adalah asas tertib bagi V. Maka:

(a) $[T]_{AB}\,(X)_A = (X)_B$ (b) $[T]_A\,(X)_A = (T(X))_A$
(c) $[T]_A = [T]_B$ (d) $[T]_A\,[I]_{AB} = [T]_B\,[I]_{BA}$
(e) X

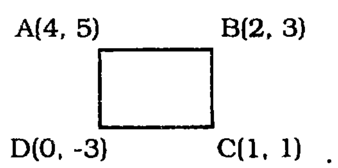
23. Matriks A berikut mewakili suatu putaran jika A = ?

(a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}$
(e) $\begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}$

24. Pantulan $M_g\ (g: 17y + 49x = 0)$ diwakili dengan $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Maka $a + b - c + d = ?$

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) X

25. Diberi



Maka luas imej dari empatsegi $ABCD$ di bawah fungsi $P(2)\ R_X(3)\ K_Y(4)\ M_g\ R(0,\theta)\ T_{\underset{\sim}{v}}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} E_2^1(4)\ E_2(5)$ ialah:

(a) 140 (b) 160 (c) 180 (d) 200 (e) X

Soalan II ***(100 Markah)***

Arahan seperti Soalan I.

26. Salah satu pernyataan berikut adalah benar.

(a) $R_X(4)\ K_X(5)$ mengekalkan luas

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ adalah suatu isometri

(c) $T\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+3\\ y+4\end{pmatrix}$ adalah suatu transformasi linear yang mengekalkan panjang

(d) $T(X) = AX$ dengan $A^T = A$ mengekalkan panjang

(e) $T(X)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}X$ mengekalkan sudut

27. $R\left[(0,\ 0),\ \frac{\pi}{2}\right]M_g\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=?\quad (g : y = x+1)$

(a) $\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}0\\ -1\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}-1\\ 0\end{pmatrix}$ (e) X

28. Salah satu pernyataan berikut adalah salah:

(a) $M_g\,M_g = I_f$

(b) $R\left(0,\ \frac{\pi}{3}\right)R\left(0,\ \frac{\pi}{6}\right) = R\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$

(c) $M_g\,M_h = R\,(0,\ \pi)$ jika g dan h adalah paksi X dan Y masing-masing

(d) $R\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)M_g = M_g\,R\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$, g adalah paksi X

(e) X

29. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ memetakan $y - 2x = 1$ ke $y - mx - c = 0$. Maka $c/m = ?$

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$ (e) X

30. Diberi $S = \{v_1, \ldots, v_m\} \subset R^m$, $\tilde{0} \notin S$ dan S adalah suatu set ortogen. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

(a) S adalah suatu asas bagi R^m
(b) matriks $[v_1, \ldots, v_m]$ tak singular
(c) S tbl
(d) S menentangkan R^m
(e) X

31. Diberi $W = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 7 & 9 & 6 \\ 0 & 2 & 2 & 7 \\ -2 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix} X \,\middle|\, X \in R^4 \right\}$.

Maka $\dim(W^{\perp} \cap W) + \dim(W^{\perp} + W) = ?$

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) X

32. $T: R^3 \to R^3$ sedemikian $T(X) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} X$. B_1 adalah suatu asas semulajadi dan $B_2 = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$. Maka:

(a) $[T]_{B_1 B_2}$ adalah ortogon
(b) $[T]_{B_1} \simeq B_2$
(c) $[T]_{B_1} = [T]_{B_2}$
(d) set vektor lajur dari $[I]_{B_1 B_2}$ adalah ortogon
(e) X

33. $T: R^3 \rightarrow R^3$ sedemikian $T(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} X$ dan B adalah suatu asas ortonormal bagi R^3. Maka:

(a) $\dim(N_T) = 2$
(b) T adalah 1–1
(c) $[T]_B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$
(d) $[T]_B$ adalah ortogon
(e) $[T]_B$ tak singular

34. $A \in M_{2x2}$, $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$

(a) pangkat $(A) = 2$
(b) pangkat $(A) = 1$
(c) $A\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
(d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
(e) X

35. Diberi A dan B adalah matriks 3 x 3 dan AB adalah ortogon. Maka:

(a) pangkat $(AB) < 3$
(b) $AX = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ tak konsisten jika $a + b + c < 0$
(c) set vektor lajur dari B bersandar linear
(d) AB serupa dengan BA
(e) X

36. Diberi $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

(a) $A^4 \neq 3A^3$
(b) $|A - I| = 0$
(c) $(A^3 + 2A^2 - 15A)X = \tilde{0} \Rightarrow X = \tilde{0}$
(d) A berpepenjuru
(e) X

37. Diberi $\{u,\ v,\ w\}$ tbl. Maka:

(a) $\{u+v-2w,\ u-v-w,\ u+w\}$ bl
(b) $\{u+v-3w,\ u+3v-w,\ 2v+2w\}$ tbl
(c) $\{u-2v+w,\ 2u-v-3w,\ u+v-4w\}$ tbl
(d) $\{u+3v+4w,\ -2u+4v+2w,\ 3u-5v-2w\}$ bl
(e) $\{2u,\ 3v+w,\ u-w\}$ bl

38. A dan B adalah matriks n x n. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

(a) $A+A^T$ berpepenjuru secara ortogon
(b) A berpepenjuru secara ortogon $\Rightarrow I+A$ berpepenjuru secara ortogon
(c) A dan B berpepenjuru secara ortogon $\Rightarrow AB$ berpepenjuru secara ortogon
(d) A dan B berpepenjuru secara ortogon $\Rightarrow A+B$ berpepenjuru secara ortogon
(e) X

39. Diberi $A=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}\sqrt{3} & 1 & \sqrt{2}\\ -\sqrt{3} & 1 & \sqrt{2}\\ 0 & -2 & \sqrt{2}\end{pmatrix}$. Maka salah satu pernyataan berikut tak benar:

(a) $\left(A^T A^2 A^T\right)^{1001}=\left(A^2 A^T A^T\right)^{1747}$
(b) set vektor lajur dari A adalah suatu asas ortonormal bagi R^3
(c) $T: R^3 \to R^3$ sedemikian $T(X)=A^{-1}X$ mengekalkan sudut
(d) A berpepenjuru secara ortogon
(e) X

40. Diberi $B_1 = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \right\}$ dan $B_2 = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \right\}$ adalah asas tertib bagi R^3. Maka salah satu pernyataan berikut adalah salah:

(a) $[I]_{B_1B_2}$ adalah ortogon

(b) $\left([I]_{B_1B_2}\right)^T = [I]_{B_2B_1}$

(c) $[I]_{B_1B_2} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 3/\sqrt{12} & 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$

(d) $T: R^3 \to R^3$ sedemikian $T(X) = [I]_{B_1B_2}(X)$. Maka $[T]_{B_1} = [T]_{B_2} = \left([I]_{B_1B_2}\right)^T$

(e) X

41. Diberi A matriks simetri 3 x 3; $u,\ v,\ w \neq \tilde{0}$; $Au = 2u$, $Av = 3v$ dan $Aw = 4w$; $T: R^3 \to R^3$ sedemikian $T(X) = AX$; $B = \left\{ \frac{u}{|u|}, \frac{v}{|v|}, \frac{w}{|w|} \right\}$. Maka salah suatu pernyataan berikut tak benar:

(a) $u \cdot v = 0$

(b) B adalah suatu asas ortonormal bagi R^3

(c) $[T]_B$ berpepenjuru

(d) B adalah ortogon

(e) set nilaieigen bagi $[T]_B$ ialah $\{2,\ 3,\ 4\}$

42. Diberi $T: V \to V$ suatu transformasi linear dan $R_T \cap N_T = \{\tilde{0}\}$. Maka salah suatu pernyataan berikut tak benar:

(a) $\dim\left(R_T + N_T\right) = \dim\ (V)$

(b) $T^2(v) = \tilde{0} \Leftrightarrow v \in N_T$

(c) T adalah 1–1

(d) $\dim\left(R_T\right) + \dim\left(N_T\right) = \dim\left(R_T + N_T\right)$

(e) X

158

43. Diberi A dan B matriks n x n sedemikian AB adalah ortogon. Maka:

(a) BA adalah ortogon
(b) A dan B adalah ortogon
(c) $A^T B^T AB = I$
(d) $|AB - \lambda I| = |BA - \lambda I|$
(e) X

44. Diberi R (n x n) tak singular dan $R^{-1}AR = \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_n \end{pmatrix}$. Maka salah suatu pernyataan berikut tak benar:

(a) $\{Re_1, Re_2, \ldots Re_n, \}$ adalah suatu asas bagi R^n , { e_i adalah vektor unit yang berlainan}
(b) Re_i adalah vektoreigen dari A sepadan dengan nilaieigen d_i
(c) set vektor lajur dari A tbl
(d) $|A| = d_1 \ldots d_n$
(e) A^{168} berpepenjuru

45. Salah satu pernyataan berikut adalah benar:

(a) $A^2 = \tilde{0} \Rightarrow A = \tilde{0}$
(b) A dan B simetri $\Rightarrow AB$ simetri
(c) A ortogon dan B simetri $\Rightarrow AB$ ortogon atau simetri
(d) wujud matriks yang simetri, simetri pencong dan ortogon
(e) X

46. Salah satu pernyataan berikut adalah benar:

(a) $B = P^T AP$, $P^T = P^{-1}$, $A^T = A \Rightarrow B$ berpepenjuru secara ortogon
(b) A simetri dan simetri pencong $\Rightarrow A^2 = I$
(c) AA^T adalah ortogon
(d) $A + A^T$ adalah ortogon
(e) X

47. A adalah matriks ortogon dan simetri (3 x 3). Maka:

(a) $|A - 4I| = 0$ (b) $|A^2 - I| = 0$ (c) $A^2 + A = I$

(d) $A \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (e) X

48. $C = (c_{ij})$ adalah matriks 3 x 3, $c_{ii} = a$, $c_{ij} = b \neq 0$ jika $i \neq j$ dan C adalah ortogon. Maka hasil tambah semua c_{ij} = ?

(a) 2 (b) -2 (c) 3 (d) -3 (e) X

49. $T: R^3 \to R^3$ adalah transformasi linear sedemikian $T \neq \tilde{0}$ dan $T^2 = \tilde{0}$. S adalah satu asas tertib bagi R^3. Maka:

(a) T adalah 1–1
(b) $|[T]_X - \lambda I| = \lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda + 1$
(c) $\dim(N_T) = 2$
(d) $[T]_S \simeq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
(e) X

50. $T: R^2 \to R^2$ sedemikian $T(X) = AX$; T adalah 1–1 dan $A^2X = AX \;\forall\; X \in R^2$

(a) $|A^2 - I| = 0$
(b) $A \simeq \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
(c) $|A - \lambda I| = \lambda^2 + 2\lambda^2 + 1$
(d) $AX = \tilde{0}$ mempunyai tak terhingga banyak penyelesaian
(e) $\dim(N_T) = 2$

Soalan III ***(100 Markah)***

Jawab **SEMUA** bahagian.

(a) U dan W adalah subruang bagi R^n. Buktikan dim (U) + dim (W) = dim ($U \cap W$) + dim ($U + W$).

(40/100)

(b) A adalah matriks 2 x 2. Buktikan pernyataan-pernyataan berikut adalah setara:

(i) $A^T = A$
(ii) A berpepenjuru secara ortogon

(40/100)

(c) $T: V \to V$ adalah suatu transformasi linear sedemikian $T^2 = T$. Katakan $W = \{v \mid T(v) = v\}$. Buktikan $N_T + W = V$.

(20/100)

Bil. Tempat Duduk: ________

Angka Giliran: ______________________________ ________________
(*gunakan huruf*) (*gunakan angka*)

Tajuk Kertas: ______________________________ Kod Kertas: ____________
(*sebagaimana yang dicetak di atas kertas soalan*)

Tempat (Pusat Peperiksaan): ____________________ Tarikh: ____________ pagi

Ikat kertas jawapan ini di atas kulit skrip Peperiksaan bersama dengan jawapan **SOALAN III.**

SOALAN I					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					

SOALAN II					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					
43					
44					
45					
46					
47					
48					
49					
50					