

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

MAT 282 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam TIGA halaman dan SATU LAMPIRAN bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab mana-mana **EMPAT** soalan.

- 1.(a) Tunjukkan bahawa  $f(x) = e^{2x} - 2 \cos x - 1$  mempunyai satu sifar di antara  $x = 0$  dan  $x = 1$ . Gunakan Kaedah Newton untuk mencari sifar ini, mulai dengan  $x_0 = 0.5$  dan jalankan 3 lelaran. Adakah lelaran ini akan menumpu secara kuadratik? Jelaskan dengan tepat.
- (b) Andaikan  $f(x_0) = 0$  dan  $f'(x_0) \neq 0$ . Buktikan bahawa Kaedah Newton mempunyai ciri penumpuan kuadratik di sekitar  $x_0$ . Jelaskan sama ada syarat  $f'(x_0) \neq 0$  diperlukan?
- (c) Gunakan penghapusan Gauss dengan pemangsaan untuk menyelesaikan

$$\begin{pmatrix} 2.15 & 0.15 & 1.22 \\ 1.08 & 3.09 & -1.12 \\ 0.75 & 2.44 & 4.88 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} -0.8785 \\ -2.1174 \\ 6.2323 \end{pmatrix}.$$

Bincangkan kehilangan digit yang timbul dan kejituan penyelesaian.

(100/100)

2. Diberi jadual bagi suatu fungsi  $f(x)$  di bawah:

| $x$ | $f(x)$  |
|-----|---------|
| 1.1 | 2.89537 |
| 1.3 | 3.63285 |
| 1.5 | 4.47918 |
| 1.7 | 5.46561 |
| 1.9 | 6.63219 |
| 2.1 | 8.02938 |
| 2.3 | 9.71989 |

...2/-

(a) Bentukkan jadual beza sehingga  $\Delta^4 f$ .

(b) Kirakan  $\int_{1.1}^{2.3} f(x) dx$  dengan petua

- (i) Trapezium                      (ii) Simpson  $\frac{1}{3}$                       (iii) Simpson  $\frac{3}{8}$

Berikan ralat masing-masing.

(c) Kirakan  $f'(1.3)$  dengan Kaedah Newton peringkat

- (i) satu                                      (ii) dua                                      (iii) tiga

Berikan ralat masing-masing. Kirakan juga  $f''(1.3)$  dan  $f'(1.4)$ .

(d) Terbitkan petua Simpson  $\frac{1}{3}$ .

(100/100)

3.(a) Diberi jadual bagi suatu fungsi  $f(x)$  berikut:

| $x$ | $f(x)$  |
|-----|---------|
| 1.1 | 2.89537 |
| 1.3 | 3.63285 |
| 1.5 | 4.47918 |
| 1.7 | 5.46561 |
| 1.9 | 6.63219 |
| 2.1 | 8.02938 |
| 2.3 | 9.71989 |

(i) Bentukkan jadual beza sehingga  $\Delta^4 f$ .

(ii) Cari  $f(1.175)$  dengan rumus Newton ke depan peringkat 3 dan berikan ralatnya.

(iii) Cari  $f(2.125)$  dengan rumus Newton ke belakang peringkat 3 dan berikan ralatnya.

(iv) Cari nilai  $x$  supaya  $f(x) = 4.04$ .

(b) Suatu polynomial peringkat 3  $p(x)$  melalui 4 titik  $(-1, -1)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, 14)$ .

(i) Tulis rumus Lagrange  $R(x)$  untuk  $p(x)$  tanpa meringkaskannya.

(ii) Bentukkan rumus Newton  $N(x)$  untuk  $p(x)$ .

(iii) Adakah  $R(x) = N(x)$ ? Jelaskan jawapan anda.

(iv) Cari  $R(0.5)$  dan  $N(0.5)$ .

(c) Terbitkan rumus Newton ke depan.

(100/100)

...3/-

- 4.(a) Gunakan Kaedah Gauss-Seidal untuk menyelesaikan

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 1.08 & 3.2 & 0.75 \\ 1.78 & -1.25 & 4 \end{pmatrix} \underline{x} = \begin{pmatrix} 9.29 \\ 4.4228 \\ -2.8412 \end{pmatrix}.$$

Mulakan dengan  $\underline{x}^0 = (1, 1, -1)$  dan jalankan 3 lelaran untuk mendapat  $\underline{x}^1$ ,  $\underline{x}^2$ ,  $\underline{x}^3$ . Adakah Kaedah ini menumpu untuk contoh di atas? Terangkan dengan jelas.

Kirakan sisa bagi  $\underline{x}^3$  dan bincangkan kejituan  $\underline{x}^3$ .

- (b) Bagi sistem  $A \underline{x} = \underline{b}$  berikut:

$$\begin{pmatrix} 4.00 & 3.00 & -2.00 \\ -0.80 & 0.40 & 0.90 \\ -0.50 & 0.525 & 2.70 \end{pmatrix} \underline{x} = \begin{pmatrix} 20.02 \\ -3.999 \\ -6.798 \end{pmatrix}$$

huraikan  $A$  ke dalam bentuk  $A = LU$ . Kemudian selesaikannya melalui penghuraian  $LU$  ini. Terangkan sama ada jawapan anda tepat atau tidak.

- (c) Biarkan  $\underline{x}$  sebagai penyelesaian tepat bagi  $A \underline{x} = \underline{b}$ .

Apakah  $\underline{e} = (\underline{x} - \underline{x}^*)$  dan  $\underline{r} = \underline{b} - A \underline{x}^*$  di mana  $\underline{x}^*$  ialah penyelesaian hampiran.

Tunjukkan  $\underline{r} = A \underline{e}$  dan  $\underline{e} = A^{-1} \underline{r}$ . Bincangkan hubungan di antara  $\underline{r}$  dan  $\underline{e}$ .

(100/100)

5. Pertimbangkan persamaan pembezaan

$$y' = 2y + e^x, \quad y(0) = 0.$$

- (a) Dapatkan polinomial Taylor peringkat 4, dan selanjutnya carikan  $y(0.1)$  dan  $y(0.6)$ . Berikan ralat masing-masing.
- (b) Gunakan Kaedah Runge-Kutta peringkat 4 untuk mencari  $y(0.1)$  dengan  $h = 0.1$ . Berikan ralatnya.
- (c) Gunakan Kaedah Euler ubahsuai untuk mencari  $y(0.1)$  dengan  $h = 0.05$ . Berikan ralatnya.
- (d) Nilai  $y(0.1)$  yang manakah lebih jitu? Jelaskan.

(100/100)

-ooo0ooo-

Lampiran 1Rumus-Rumus

1. 
$$x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^n \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}.$$
2. 
$$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \dots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi).$$
3. 
$$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \dots.$$
4. 
$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right), \quad 0 \leq i \leq n.$$
5. 
$$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left( \Delta f_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 f_0 + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0 \right) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi).$$
6. Ralat sejagat petua trapezium  

$$= -\frac{1}{12}(b-a) h^2 f''(\xi).$$
7. 
$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{3}h (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \dots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi).$$
8. 
$$\int_a^b f(x) dx = \frac{3}{8}h (f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \dots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi).$$
9. 
$$y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) / 6.0$$

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_1\right)$$

$$K_3 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_2\right)$$

$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

-ooo0ooo-