

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

MAT 251 – Pengantar Penyelidikan Operasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LIMA halaman dan DUA lampiran bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- (a) Syarikat pengeluar kenderaan ketiga negara, Prontiga mengeluarkan kereta dan MPV. Setiap kenderaan mesti melalui proses mengecat dan memasang. Jika fasiliti mengecat hanya mengecat MPV, 40 MPV boleh dicat sehari. Jika fasiliti mengecat hanya mengecat kereta, 60 kereta boleh dicat sehari. Bagi fasiliti memasang pula, jika hanya memasang kereta, 50 buah kereta boleh dipasang, dan jika hanya memasang MPV, 50 buah MPV boleh dipasang sehari.

Setiap MPV menghasilkan RM3000 keuntungan, dan setiap kereta pula menghasilkan RM2000 keuntungan.

- (i) Rumuskan sebagai suatu model PL dan selesaikan secara bergraf.
(ii) Andaikan permintaan daripada pelanggan menunjukkan bahawa Prontiga perlu menghasilkan 30 buah MPV sehari dan 20 buah kereta sehari. Tunjukkan di dalam model PL anda kesan kekangan permintaan pelanggan tersebut.
(iii) Tunjukkan di dalam graf kekangan untuk (b) di atas dan nyatakan penyelesaian yang anda dapati.

(50/100)

- (b) Jadual kegiatan bagi suatu projek adalah seperti berikut:

Kegiatan	Kegiatan Pendahulu	Masa (Minggu)		
		Optimis	Paling Bolehjadi	Pesimis
A	-	1.5	2	2.5
B	A	2	2.5	6
C	-	1	2	3
D	C	1.5	2	2.5
E	B, D	0.5	1	1.5
F	E	1	2	3
G	B, D	3	3.5	7
H	G	3	4	5
I	F, H	1.5	2	2.5

- (i) Lakarkan rangkaian anak panah untuk projek ini dan tunjukkan lintasan gentingnya.
(ii) Berikan jangkaan tempoh siap projek ini.
(iii) Tunjukkan skedul terawal projek ini.
(iv) Dapatkan kebarangkalian projek ini boleh disiapkan di dalam 12 minggu.

(50/100)
...2/-

- 2.(a) Anda telah membuat keputusan untuk menjadi seorang pengusaha, iaitu untuk menghasilkan dua jenis ais krim. Kedua-dua jenis ais krim mesti mengandungi susu, kacang dan coklat.

Setiap hari anda boleh mendapatkan 100 kg susu, 20 kg kacang dan 30 kg coklat. Ais krim jenis pertama, mesti mengandungi sekurang-kurangnya 10% kacang dan 10% coklat. Jenis kedua mesti mengandungi sekurang-kurangnya 20% kacang.

Setiap kilogram ais krim jenis pertama dijual dengan harga RM5.00 dan setiap kilogram ais krim jenis kedua dijual dengan harga RM4.00.

Rumuskan sebagai suatu model PL yang dapat memaksimum pendapatan seharian anda.

(40/100)

- (b) Hospital Pulau Pinang baru sahaja menerima tiga panggilan kecemasan. Ketika itu lima ambulans sedang bersedia di lima lokasi berlainan. Jarak masa (minit) ambulans dari lokasi kecemasan adalah seperti berikut:

	Lokasi	Lokasi Kecemasan		
		1	2	3
Ambulans	1	10	11	18
	2	6	7	7
	3	7	8	5
	4	5	6	4
	5	9	4	7

Tentukan umpukkan ambulans dengan kecemasan supaya jumlah bertindak adalah yang terbaik (paling cepat).

(25/100)

- (c) Tablo PL berikut adalah untuk satu masalah memaksimumkan.

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
z	$-c$	2	0	0	0	10
x_3	-1	a_1	1	0	0	4
x_4	a_2	-4	0	1	0	1
x_5	a_3	3	0	0	1	b

Berikan syarat bagi a_1 , a_2 , a_3 , b dan c supaya:

- penyelesaian semasa adalah optimum;
- penyelesaian semasa adalah optimum, tetapi ada penyelesaian optimum alternatif;
- penyelesaian adalah tak terbatas;
- fungsi matlamat boleh ditingkatkan dengan menggantikan pembolehubah asas x_5 dengan x_1 ;
- penyelesaian semasa merosot.

(35/100)

...3/-

- 3.(a) Suatu masalah peruntukkan sumber melibatkan penggunaan tiga jenis sumber: Sumber I, II dan III, untuk menghasilkan tiga jenis keluaran 1, 2 dan 3 (x_1, x_2, x_3 unit). Tujuan masalah ini ialah supaya keuntungan (z) dapat dimaksimumkan.

Tablo optimum masalah ini ialah

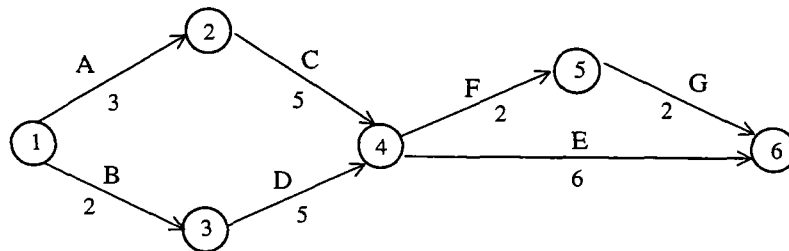
Asas	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian
z	0	0	0	4	0	9	5
x_1	1	1	0	2	0	1	2
x_3	0	0	1	1	0	4	$\frac{3}{2}$
s_2	0	2	0	1	1	6	1

s_i ialah pembolehubah lalai bagi kekangan sumber ke- i .

- Berikan status setiap Sumber I, II, dan III.
- Tentukan amaun tambahan maksimum Sumber I yang tidak akan menyebabkan pembaziran.
- Sekiranya keuntungan sut bagi keluaran 1 menyusut sebanyak Δ , dapatkan julat bagi Δ , yang tidak akan menjejaskan penyelesaian semasa.
- Berikan satu penyelesaian lain yang akan menghasilkan keuntungan optimum yang sama.
- Jika keuntungan sut bagi keluaran 3 menyusut sebanyak lima, adakah penyelesaian optimum semasa terjejas? Jika ya, dapatkan penyelesaian optimum yang baru.

(40/100)

- (b) Pertimbangan rangkaian projek berikut:



Jadual kegiatan biasa dan nahas (hari) ialah:

Kegiatan	Masa Biasa	Masa Nahas	Kos Biasa	Kos Nahas
A	3	2	800	1400
B	2	1	1200	1900
C	5	3	2000	2800
D	5	3	1500	2300
E	6	4	1800	2800
F	2	1	600	1000
G	2	1	500	1000

- (i) Dapatkan Lintasan genting dan jangka masa projek dapat disiapkan.
- (ii) Berapakah jumlah kos projek masa biasa?
- (iii) Andaikan projek perlu disiapkan di dalam tempoh 12 hari, dapatkan jumlah kos projek dan Lintasan Genting baginya.

(40/100)

(c) Piawaikan PL berikut:

$$\text{Minimumkan } z = 5x_1 + 9x_2 + 4x_3$$

Terhadap

$$6x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 11$$

$$5x_1 + x_2 + 4x_3 \leq -5$$

$$2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 18$$

Dengan

$$x_1 \geq 0, x_2 \text{ tak tersekat tanda dan } x_3 \leq 0.$$

(20/100)

- 4.(a) Pasaraya Angsana mempunyai tiga gudang yang setiap satunya boleh membekal barangan kepada empat lokasi pasaraya Angsana tersebut.

Di dalam jadual berikut diberikan kemampuan membekal (ribu unit) oleh gudang tersebut dan keperluan (ribu unit) oleh setiap pasaraya tersebut. Kos membekal (RM/ribu unit) daripada gudang ke lokasi pasaraya juga diberikan.

Daripada	Kepada				Bekalan
	Angsana 1	Angsana 2	Angsana 3	Angsana 4	
Gudang 1	8	6	10	9	35
Gudang 2	9	12	13	7	50
Gudang 3	14	9	16	5	40
Keperluan	45	20	30	30	

- (i) Selesaikan dengan kaedah pengangkutan supaya kos membekal barangan dapat diminimumkan.
- (ii) Berapakah julat bagi c_{11} , iaitu kos membekal daripada Gudang 1 ke Angsana 1 supaya penyelesaian optimum semasa kekal?
- (iii) Dapatkan julat bagi c_{13} iaitu kos membekal daripada Gudang 1 ke Angsana 3 supaya penyelesaian optimum semasa kekal.
- (iv) Dapatkan penyelesaian dan jumlah kos baru jika bekalan daripada Gudang 1 dan permintaan oleh Angsana 2 bertambah sebanyak 2 ribu unit?
- (v) Dapatkan penyelesaian dan jumlah kos baru jika bekalan daripada Gudang 1 dan permintaan oleh Angsana 1 bertambah sebanyak 1 ribu unit.

(50/100)

(b) Bagi setiap fungsi matlamat berikut, tentukan arah fungsi matlamat meningkat:

(i) $z = 4x_1 - x_2$

(ii) $z = -x_1 + 2x_2$

(iii) $z = -x_1 - 3x_2$

(20/100)

(c) (i) Selesaikan model PL berikut secara bergraf.

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & z = x_1 - x_2 \\ \text{Terhadap} & \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 - x_2 \geq 0 \\ & -x_1 + x_2 \geq 3 \\ \text{dengan} & \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{array}$$

(ii) Terangkan mengapa kekangan bagi suatu model PL tidak boleh berbentuk $<$ atau $>$?

(30/100)

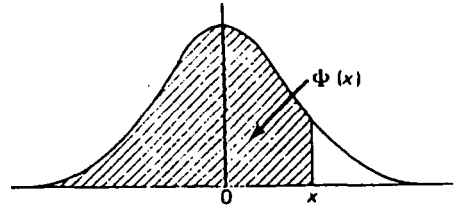
-ooo0ooo-

Lampiran 1

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. $\Phi(x)$ is

the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x . When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.97725
0.01	0.5040	0.41	0.6591	0.81	0.7910	1.21	0.8869	1.61	0.9463	2.01	0.97778
0.02	0.5080	0.42	0.6628	0.82	0.7939	1.22	0.8888	1.62	0.9474	2.02	0.97831
0.03	0.5120	0.43	0.6664	0.83	0.7967	1.23	0.8907	1.63	0.9484	2.03	0.97882
0.04	0.5160	0.44	0.6700	0.84	0.7995	1.24	0.8925	1.64	0.9495	2.04	0.97932
0.05	0.5199	0.45	0.6736	0.85	0.8023	1.25	0.8944	1.65	0.9505	2.05	0.97982
0.06	0.5239	0.46	0.6772	0.86	0.8051	1.26	0.8962	1.66	0.9515	2.06	0.98030
0.07	0.5279	0.47	0.6808	0.87	0.8078	1.27	0.8980	1.67	0.9525	2.07	0.98077
0.08	0.5319	0.48	0.6844	0.88	0.8106	1.28	0.8997	1.68	0.9535	2.08	0.98124
0.09	0.5359	0.49	0.6879	0.89	0.8133	1.29	0.9015	1.69	0.9545	2.09	0.98169
0.10	0.5398	0.50	0.6915	0.90	0.8159	1.30	0.9032	1.70	0.9554	2.10	0.98214
0.11	0.5438	0.51	0.6950	0.91	0.8186	1.31	0.9049	1.71	0.9564	2.11	0.98257
0.12	0.5478	0.52	0.6985	0.92	0.8212	1.32	0.9066	1.72	0.9573	2.12	0.98300
0.13	0.5517	0.53	0.7019	0.93	0.8238	1.33	0.9082	1.73	0.9582	2.13	0.98341
0.14	0.5557	0.54	0.7054	0.94	0.8264	1.34	0.9099	1.74	0.9591	2.14	0.98382
0.15	0.5596	0.55	0.7088	0.95	0.8289	1.35	0.9115	1.75	0.9599	2.15	0.98422
0.16	0.5636	0.56	0.7123	0.96	0.8315	1.36	0.9131	1.76	0.9608	2.16	0.98461
0.17	0.5675	0.57	0.7157	0.97	0.8340	1.37	0.9147	1.77	0.9616	2.17	0.98500
0.18	0.5714	0.58	0.7190	0.98	0.8365	1.38	0.9162	1.78	0.9625	2.18	0.98537
0.19	0.5753	0.59	0.7224	0.99	0.8389	1.39	0.9177	1.79	0.9633	2.19	0.98574
0.20	0.5793	0.60	0.7257	1.00	0.8413	1.40	0.9192	1.80	0.9641	2.20	0.98610
0.21	0.5832	0.61	0.7291	1.01	0.8438	1.41	0.9207	1.81	0.9649	2.21	0.98645
0.22	0.5871	0.62	0.7324	1.02	0.8461	1.42	0.9222	1.82	0.9656	2.22	0.98679
0.23	0.5910	0.63	0.7357	1.03	0.8485	1.43	0.9236	1.83	0.9664	2.23	0.98713
0.24	0.5948	0.64	0.7389	1.04	0.8508	1.44	0.9251	1.84	0.9671	2.24	0.98745
0.25	0.5987	0.65	0.7422	1.05	0.8531	1.45	0.9265	1.85	0.9678	2.25	0.98778
0.26	0.6026	0.66	0.7454	1.06	0.8554	1.46	0.9279	1.86	0.9686	2.26	0.98809
0.27	0.6064	0.67	0.7486	1.07	0.8577	1.47	0.9292	1.87	0.9693	2.27	0.98840
0.28	0.6103	0.68	0.7517	1.08	0.8599	1.48	0.9306	1.88	0.9699	2.28	0.98870
0.29	0.6141	0.69	0.7549	1.09	0.8621	1.49	0.9319	1.89	0.9706	2.29	0.98899
0.30	0.6179	0.70	0.7580	1.10	0.8643	1.50	0.9332	1.90	0.9713	2.30	0.98928
0.31	0.6217	0.71	0.7611	1.11	0.8665	1.51	0.9345	1.91	0.9719	2.31	0.98956
0.32	0.6255	0.72	0.7642	1.12	0.8686	1.52	0.9357	1.92	0.9726	2.32	0.98983
0.33	0.6293	0.73	0.7673	1.13	0.8708	1.53	0.9370	1.93	0.9732	2.33	0.99010
0.34	0.6331	0.74	0.7704	1.14	0.8729	1.54	0.9382	1.94	0.9738	2.34	0.99036
0.35	0.6368	0.75	0.7734	1.15	0.8749	1.55	0.9394	1.95	0.9744	2.35	0.99061
0.36	0.6406	0.76	0.7764	1.16	0.8770	1.56	0.9406	1.96	0.9750	2.36	0.99086
0.37	0.6443	0.77	0.7794	1.17	0.8790	1.57	0.9418	1.97	0.9756	2.37	0.99111
0.38	0.6480	0.78	0.7823	1.18	0.8810	1.58	0.9429	1.98	0.9761	2.38	0.99134
0.39	0.6517	0.79	0.7852	1.19	0.8830	1.59	0.9441	1.99	0.9767	2.39	0.99158
0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452	2.00	0.9772	2.40	0.99180

...Lampiran 2/

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2.40	0.99180	2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918
41	.99202	56	.99477	71	.99664	86	.99788	01	.99869	16	.99921
42	.99224	57	.99492	72	.99674	87	.99795	02	.99874	17	.99924
43	.99245	58	.99506	73	.99683	88	.99801	03	.99878	18	.99926
44	.99266	59	.99520	74	.99693	89	.99807	04	.99882	19	.99929
2.45	0.99286	2.60	0.99534	2.75	0.99702	2.90	0.99813	3.05	0.99886	3.20	0.99931
46	.99305	61	.99547	76	.99711	91	.99819	06	.99889	21	.99934
47	.99324	62	.99560	77	.99720	92	.99825	07	.99893	22	.99936
48	.99343	63	.99573	78	.99728	93	.99831	08	.99896	23	.99938
49	.99361	64	.99585	79	.99736	94	.99836	09	.99900	24	.99940
2.50	0.99379	2.65	0.99598	2.80	0.99744	2.95	0.99841	3.10	0.99903	3.25	0.99942
51	.99396	66	.99609	81	.99752	96	.99846	11	.99906	26	.99944
52	.99413	67	.99621	82	.99760	97	.99851	12	.99910	27	.99946
53	.99430	68	.99632	83	.99767	98	.99856	13	.99913	28	.99948
54	.99446	69	.99643	84	.99774	99	.99861	14	.99916	29	.99950
2.55	0.99461	2.70	0.99653	2.85	0.99781	3.00	0.99865	3.15	0.99918	3.30	0.99952

The critical table below gives on the left the range of values of x for which $\Phi(x)$ takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of $\Phi(x)$ indicated.

3.075	0.99990	3.263	0.99994	3.731	0.99999	3.916	0.99995
3.105	0.99991	3.320	0.99995	3.759	0.99999	3.976	0.99996
3.138	0.99991	3.389	0.99996	3.791	0.99999	4.055	0.99997
3.174	0.99992	3.480	0.99997	3.826	0.99999	4.173	0.99998
3.215	0.99993	3.615	0.99998	3.867	0.99999	4.417	1.00000
3.215	0.99994						

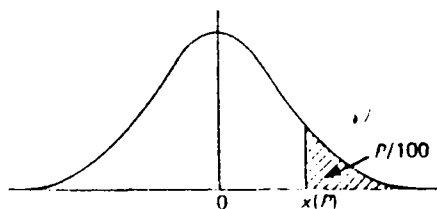
When $x > 3.3$ the formula $1 - \Phi(x) \doteq \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{2\pi}} \left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8} \right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x(P)}^{\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

If X is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geq x(P)$. The lower P per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geq x(P)$ is $2P/100$.



P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$
50	0.0000	5.0	1.6449	3.0	1.8808	2.0	2.0537	1.0	2.3263	0.10	3.0902
45	0.1257	4.8	1.6646	2.9	1.8957	1.9	2.0740	0.9	2.3656	0.09	3.1214
40	0.2533	4.6	1.6849	2.8	1.9110	1.8	2.0960	0.8	2.4080	0.08	3.1559
35	0.3853	4.4	1.7060	2.7	1.9268	1.7	2.1201	0.7	2.4573	0.07	3.1947
30	0.5244	4.2	1.7279	2.6	1.9431	1.6	2.1444	0.6	2.5121	0.06	3.2389
25	0.6745	4.0	1.7507	2.5	1.9600	1.5	2.1701	0.5	2.5758	0.05	3.2905
20	0.8416	3.8	1.7744	2.4	1.9774	1.4	2.1973	0.4	2.6521	0.04	3.7100
15	1.0364	3.6	1.7991	2.3	1.9954	1.3	2.2262	0.3	2.7478	0.005	3.8906
10	1.2816	3.4	1.8250	2.2	2.0141	1.2	2.2571	0.2	2.8782	0.001	4.2640
5	1.6449	3.2	1.8522	2.1	2.0335	1.1	2.2904	0.1	3.0902	0.0005	4.4172