

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

MAA 116 - Linear Aljabar & Statistik

Masa : [3 Jam]

Arahan:

Jawapan daripada Bahagian A HENDAKLAH diikat BERASINGAN daripada Jawapan Bahagian B sebelum diikat kepada kulit buku jawapan.

BAHAGIAN A

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Tanpa menilaikan penentu berikut, tunjukkan bahawa

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} = 0 \text{ jika } a, b, c \neq 0.$$

$$(ii) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{vmatrix} = 0$$

(20 markah)

(b) Katakan $A \in M_{m \times n}$, A tak singular, dan b lajur ke- k dari A . Selesaikan sistem persamaan $Ax = b$ dengan menggunakan Petua Cramer.

(20 markah)

(c) Selesaikan persamaan

$$\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -5 \\ y & -6 \end{pmatrix} - 3I = \hat{0}$$

untuk x dan y dengan memperolehi sonsangan bagi $\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

(20 markah)

... 2/-

(d) Jika $k \in \mathbb{R}$, tunjukkan bahawa

$$\begin{aligned} kx + y + z &= 2 \\ 2x + ky + z &= 1 \\ -4x + y + kz &= 1 \end{aligned}$$

mempunyai penyelesaian unik, di mana $x = \frac{2k}{k^2 + k + 2}$ kecuali jika k mengambil suatu nilai. Nyatakan nilai ini.

(30 markah)

(e) Jika A matriks semetri pencong, tunjukkan bahawa A^2 adalah matriks simetri.

(10 markah)

2. (a) Andaikan λ adalah nilai eigen bagi matriks A dengan v sebagai vektor eigen yang sepadan. Tunjukkan bahawa v adalah vektor eigen bagi $B = (A - 7I)$ dan cari nilai eigen tersebut.

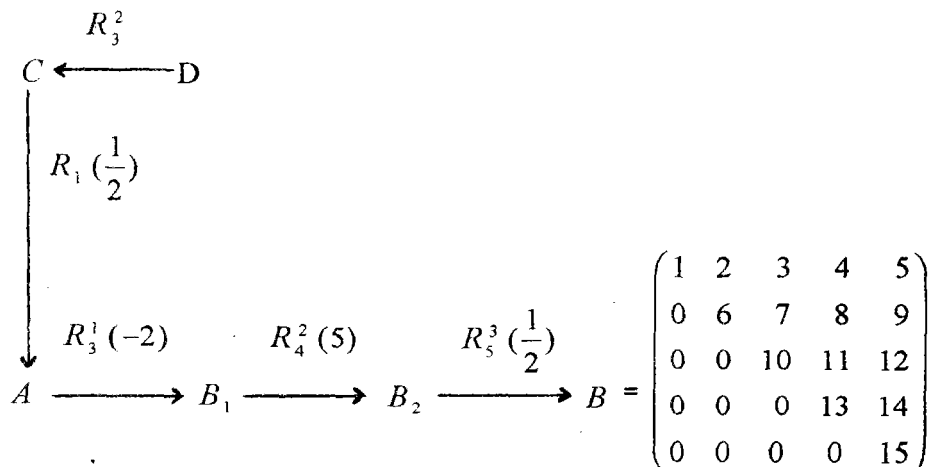
(15 markah)

(b) Diberi $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Tunjukkan bahawa $A^2 = 3A$. Dengan ini, deduksikan bahawa A singular.

(20 markah)

(c) Diberi



... 3/-

- (i) Dapatkan Huraian LU untuk A .
- (ii) Tunjukkan bahawa $|A| = 11700$.
- (iii) Cari $|D|, |\text{adj } A|, B_1 (\text{adj } B_1), |B_2^T|$ dan $|C^{-1}|$

(35 markah)

(d) Katakan $A, B \in M_{2 \times 2}$. Jika $A \neq \tilde{0}, B \neq \tilde{0}$ dan $AB = \tilde{0}$ dapatkan $r(A)$ dan $r(B)$.

(20 markah)

(e) Jika sonsangan A^2 ialah B , tunjukkan bahawa sonsangan A ialah AB .

(10 markah)

BAHAGIAN B

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Data berikut adalah gaji pekerja-pekerja di sebuah firma.

Gaji (RM)	Bil. Pekerja	$U_i = \frac{x_i - a}{b}$
600 - 620	6	-1
621 - 641	9	
642 - 662	12	
663 - 683	8	2
684 - 704	3	
705 - 725	2	

- (i) Dapatkan nilai a dan b . Cari nilai min dan sisihan piawai dengan menggunakan pengkodan di atas.
- (ii) 25% daripada gaji tertinggi adalah gaji pekerja-pekerja yang telah bekerja sekurang-kurangnya 3 tahun. Berapakah gaji minimum bagi kumpulan pekerja ini?

(20 markah)

(b) Suatu jenis pita magnetik mempunyai min 3 kecacatan per 1000 kaki. Apakah kebarangkalian bahawa

(i) suatu gulong - 1200 kaki tidak mempunyai kecacatan?

(ii) 2 daripada 6 gulong - 1200 kaki ini tidak mempunyai kecacatan?

(20 markah)

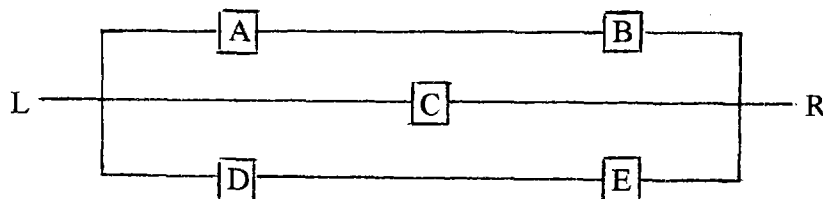
(c) Katakan X ialah pembolehubah rawak dengan jadual taburan kebarangkalian berikut:

X	$P(X = x)$
0	a
1	a^2
2	$a^2 + a$
3	$3a^2 + 2a$

Tentukan nilai a . Hitungkan min dan varians bagi X .

(15 markah)

(d) Sebuah sistem paip air menggunakan 5 pam dalam rekabentuk berikut:



Kebarangkalian bahawa pam-pam itu rosak adalah masing-masing p dan kejadian kerosakan adalah tak bersandar. Jika air mengalir dari kiri, L, ke kanan, R, berapakah kebarangkalian bahawa rumah di sebelah kanan mendapat bekalan air?

(15 markah)

(e) Jika $P(A|B) > P(A)$, $P(A) \neq 0$ dan $P(B) \neq 0$, buktikan bahawa $P(A|B) > P(B)$.

(15 markah)

(f) Sebuah kotak mengandungi 7 biji guli hijau, 3 biji guli putih dan 2 biji guli merah. Sebiji guli dikeluarkan secara rawak tanpa pengembalian. Berapakah kebarangkalian bahawa

- (i) satu guli berwarna merah dan satu lagi berwarna hijau.
- (ii) guli yang pertama berwarna hijau dan guli yang kedua itu berwarna putih.
- (iii) kedua-dua guli yang dikeluarkan tidak sama rata.

(15 markah)

2. (a) Suatu artikel dalam Jurnal Pengujian dan Penilaian (Jilid 10, No. 4, 1982, m.s. 133) mempersembahkan data yang berikut:

20 ukuran masa bernyala reja (dalam saat) untuk baju malam kanak-kanak				
9.85	9.93	9.75	9.77	9.67
9.87	9.67	9.94	9.85	9.75
9.83	9.92	9.74	9.99	9.88
9.95	9.95	9.93	9.92	9.89

Min sampel dan sisihan piawai ialah $\bar{x} = 9.8525$ dan $s = 0.0965$.

- (i) Takrifkan "Selang keyakinan untuk min bagi taburan normal, varians tidak diketahui".
- (ii) Dapatkan selang keyakinan 95% untuk min masa bernyala reja. Nyatakan andaian anda, jika ada. Tuliskan kesimpulan dalam perkataan anda.

(20 markah)

(b) Seorang pengeluar video sedang menguji dua rekabentuk mikrolitaran ("microcircuit") untuk menentukan sama ada mereka mengeluarkan aliran arus yang sama. Pembangunan kejuruteraan telah memperolehi data yang berikut:

$$\text{Rekabentuk 1 : } n_1 = 15, \bar{x}_1 = 24.2, s_1^2 = 10$$

$$\text{Rekabentuk 2 : } n_2 = 10, \bar{x}_2 = 23.9, s_2^2 = 20$$

Andaikan bahawa kedua-dua populasi mempunyai taburan normal, dan $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui. Kita ingin menentukan bahawa terdapat tiada perbezaan dalam min aliran arus di antara dua rekabentuk.

- (i) Nyatakan hipotesis nul dan hipotesis alternatif.
- (ii) Berikan statistik ujian yang sesuai untuk menguji hipotesis nul.
- (iii) Keputusan pengujian hipotesis ini ialah terima hipotesis nul pada $\alpha = 0.10$. Berikan komen anda tentang keputusan ini.

(20 markah)

- (c) Dua pakar analisa A dan B menganalisisakan satu siri campuran kimia, dan memperolehi keputusan-keputusan yang berikut untuk peratusan satu bahan.

Keputusan penganalisan dua pakar analisa A dan B.

Campuran kimia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pakar A	7	9	8	10	8	11	9	8	9	8
Pakar B	11	7	10	10	9	10	10	9	11	11

- (i) Ujikan sama ada terdapat perbezaan di antara pakar analisa A dan B pada $\alpha = 0.05$.
- (ii) Selang keyakinan 95% untuk min perbezaan yang sebenarnya ialah $(-2.38, 0.18)$. Berikan komen anda tentang ini.

(60 markah)

- oooOOooo -

Table 2 Percentage points of Student's *t*-distribution

α	.10	.05	.025	.01	.005	.001
ν						
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.310
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.578	3.090

