

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1998/99

April 1999

MAA 111 - Aljabar Linear

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. Diberi sistem persamaan

$$\begin{aligned}3x + y + 2z &= 15 \\8x + 4y + 9z &= 46 \\3x &+ z = 14\end{aligned}$$

- (i) Dapatkan perwakilan matriks bagi sistem di atas dalam bentuk $A\underline{x} = \underline{b}$.
- (ii) Selesaikan sistem tersebut dengan menggunakan kaedah Gauss-Jordan.
- (iii) Mungkinkah wujud suatu vektor baru \underline{c} supaya persamaan $A\underline{x} = \underline{c}$ tidak konsisten? Terangkan.

(100 markah)

2. Diberi \underline{x} adalah satu vektor dalam \mathbb{R}^2 dengan

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \underline{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

- (i) Dapatkan suatu set yang mengandungi \underline{x} .
- (ii) Seterusnya, diberi $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \underline{x} = \begin{bmatrix} 16 \\ 24 \end{bmatrix}$, dapatkan satu lagi set yang mengandungi \underline{x} .
- (iii) Gunakan keputusan-keputusan dalam (i) dan (ii) untuk mencari \underline{x} .
- (iv) Gunakan konsep hukum taburan untuk mendapat satu persamaan matriks di mana penyelesaian uniknya adalah \underline{x} . Dengan itu, tahkikkan jawapan anda dalam (iii).

(100 markah)

...2/-

- 3.(a) Diberi $V = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$. Takrifkan operasi penambahan \oplus dan pendaraban skalar \odot bagi sebarang $\underline{u}, \underline{v} \in V$ dan $\alpha \in \mathbb{R}$ sebagai

$$\underline{u} \oplus \underline{v} = \begin{bmatrix} a_1 \\ 1 \\ b_1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} a_2 \\ 1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 \\ 1 \\ b_1 + b_2 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \alpha \odot \underline{u} = \alpha \odot \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha a \\ 1 \\ \alpha b \end{bmatrix}$$

Tentukan sama ada V merupakan suatu ruang vektor di atas medan skalar \mathbb{R} .

(50 markah)

(b) Diberi set $S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

- Tentukan sama ada S bersandar linear.
- Cadangkan satu vektor yang boleh ditambahkan ke dalam S supaya ianya dapat merentangi \mathbb{R}^5 .

(50 markah)

4. Diberi $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

- Tunjukkan bahawa A mempunyai tiga nilai eigen yang berlainan.
- Cari tiga vektor eigen yang tak bersandar linear bagi A .
- Nyatakan satu matriks P dan satu matriks pepenjuru D supaya $P^{-1}AP = D$.

(100 markah)

-ooo0ooo-