

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1999/2000

Februari 2000

MAA 101 - Kalkulus

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Carikan set penyelesaian bagi setiap ketaksamaan berikut:

(i) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$ (ii) $\frac{x-2}{x-4} > \frac{x-8}{x-6}$

(30/100)

(b) Dapatkan julat nilai a supaya

$$2ax^2 - 8x + 9 - a \geq 0 \text{ bagi semua } x.$$

(20/100)

(c) Carikan songsang bagi fungsi

$$f(x) = 2x + |x - 2|$$

(20/100)

(d) Nilaikan:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$

(30/100)

2. (a) Carikan terbitan bagi setiap fungsi berikut:

(i) $f(x) = (1+x)^x$ (ii) $f(x) = \frac{(x+1)^4}{(x+2)^5(x+3)^6}$

(30/100)

...2/-

- (b) Dapatkan fungsi linear $f(x) = ax + b$ yang memenuhi

$$f(1+x) + 2f(1-x) = 3x$$

(10/100)

- (c) Diberi fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 \ln|x| - 5x^2 & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

- (i) Carikan $f'(0)$ dengan menggunakan takrif terbitan.
- (ii) Carikan titik maksimum setempat dan titik-titik minimum setempat.
- (iii) Carikan titik-titik lengkok balas.
- (iv) Lakarkan graf bagi f .

(60/100)

3. (a) Dengan menggunakan Teorem Nilai Min, tunjukkan

$$|\sin x - \sin y| \leq |x - y| \text{ bagi nombor nyata } x, y$$

(30/100)

- (b) Carikan $f'(x)$ jika

$$f(x) = \int_{-\cos x}^{\sin x} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

(30/100)

- (c) Jika $I_n = \int x^n e^{-x} dx$ tunjukkan bahawa

$$I_n = nI_{n-1} - x^n e^{-x} \quad , \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(20/100)

- (d) Dengan menggunakan bahagian (c), nilaikan

$$\int_0^1 x^3 e^{-x} dx$$

(20/100)

...3/-

4. (a) Carikan luas rantau yang terbatas di antara lengkung

$$y = \frac{x^2}{3} \text{ dan } y = 4 - \frac{2}{3}x^2.$$

(20/100)

- (b) Dengan menggunakan pecahan separa, nilaikan:

(i) $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$

(ii) $\int \frac{1}{x^3 - 1} dx$

(40/100)

- (d) Suatu segi empat tepat R diterapkan di dalam segi tiga yang bersisi sama T supaya suatu sisi R terletak pada suatu sisi T . Jika panjang setiap sisi T ialah a , dapatkan panjang dan lebar R supaya luasnya adalah maksimum.

(40/100)

5. (a) Segi tiga yang dibatasi oleh

$$x = 0, \quad y = 0 \text{ dan } 2x + y = 2$$

diputarakan 360° mengelilingi garis $x = -1$. Dapatkan isipadu pepejal yang dijanakan.

(40/100)

- (b) Nilaikan

(i) $\int x \ln x dx$

(ii) $\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$

(iii) $\int_0^3 |x^2 - x| dx$

(iv) $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$

(60/100)