

April 1998

SEP222/SEU312 - Matematik Untuk Ahli-Ahli Ekonomi

[Masa: 3 Jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Bahagian A (60 markah)

Jawab SEMUA soalan.

1. Dapatkan terbitan bagi fungsi-fungsi berikut:

(a) $y = \frac{(1-x)^{1/2}}{(1+x)}$

(b) $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$

(c) $y = \log_a(3x^2 - 4)$

(d) $y = x^3 \ln x$

(e) $y = \frac{1}{x^2 + x^{-2}}$

(f) $x^2y + (x+y)^2 = 0$

(15 markah)

..2/-

2. Carikan kamilan-kamilan berikut:

(a) $\int \frac{x^2}{(4x^3 + 7)^2} dx$

(b) $\int x^2 \ln x dx$

(c) $\int \frac{1}{(4x^2 - 9)} dx$

(d) $\int \frac{3x^2 + 2}{(4x^3 + 8x)} dx$

(12 markah)

3. (a) Carikan pembeza berperingkat pertama dan kedua bagi fungsi:

$$u = e^x + e^y + 2x^2y$$

(b) (i) Adakah fungsi $f(x, y) = (xy^2)^{1/3}$ satu fungsi yang homogen?

(ii) Dapatkan terbitan-terbitan separa terhadap x dan terhadap y . Adakah kedua-dua terbitan separa itu fungsi-fungsi homogen?

(c) Andaikan fungsi permintaan $Q = k/P^n$ di mana k dan n adalah pemalar. Hitungkan keanjalan harga permintaan. Adakah keanjalan harga permintaan itu bergantung kepada paras harga P ?

(d) Dapatkan x dan y yang memaksimumkan

$$u = 3 \ln(x - 1) + \ln y - x - 3y$$

(e) Hitungkan x dan y yang memaksimumkan fungsi utiliti $u = 80x - 2x^2 - xy - 3y^2 + 100y$ yang tertakluk kepada konstren belanjawan $x + y = 12$.

(f) Diberi fungsi permintaan $P = 25 - Q^2$ dan fungsi penawaran $P = 2Q + 1$. Carikan (i) lebih pengguna, (ii) lebih pengeluar di bawah persaingan sempurna.

...3/-

(g) Selesaikan persamaan-persamaan pembezaan berikut:

(i) $3dy + \frac{x}{x^2 - 1} dx = 0$

(ii) $\frac{dy}{dx} + 3x^2y = x^2$

(h) Carikan penyelesaian am untuk persamaan beza berikut:

$$y_{t+1} = 0.2y_t + 8$$

(33 markah)

Bahagian B (40 markah)

Jawab DUA (2) soalan sahaja.

4. (a) Diberikan satu fungsi utiliti

$$U = f(q_1, q_2, q_3, q_4)$$

yang tertakluk kepada konstren belanjawan

$$M = p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 + p_4q_4$$

di mana p_1, p_2, p_3, p_4 adalah harga barangan q_1, q_2, q_3 dan q_4 masing-masing. Apakah syarat perlu dan syarat cukup untuk memaksimumkan utiliti itu?

(6 markah)

(b) Andaikan bahawa seorang pengguna yang menghadapi fungsi utiliti $u = (x + 2)(y + 1)$ ingin membelanjakan pendapatan sebanyak RM M ke atas barangan X dan Y. Harga barangan X dan Y adalah P_x dan P_y masing-masing.

(i) Terbitkan fungsi-fungsi permintaan untuk barangan X dan Y. Adakah fungsi-fungsi permintaan itu fungsi homogen dalam pembolehubah harga dan pendapatan?

(ii) Katakan $M = 51, P_x = RM2$ dan $P_y = RM5$. Berapakah X dan Y yang pengguna harus membeli supaya memaksimumkan utilitinya? Tentukan sama ada syarat cukup telah dipenuhi.

(14 markah)

...4/-

5. (a) Keanjalan harga permintaan adalah berbentuk $(a - bP)$ di mana a dan b adalah pemalar, dan P adalah harga. Dapatkan fungsi permintaan.

(8 markah)

- (b) Seorang pemonopoli yang mengamalkan diskriminasi harga boleh mengasingkan pasarannya kepada dua pasaran yang berlainan. Fungsi permintaan dalam kedua-dua pasaran adalah masing-masing:

$$\text{Pasaran 1: } Q_1 = 16 - 0.2P_1$$

$$\text{Pasaran 2: } P_2 = 180 - 20Q_2$$

Katakan fungsi kos total pemonopoli itu adalah:

$$TC - 20Q - 20 = 0$$

di mana $Q = Q_1 + Q_2$.

- (i) Hitungkan harga P_1 dan P_2 yang pemonopoli mengenakan dalam pasaran 1 dan pasaran 2 masing-masing supaya memaksimumkan keuntungannya. Berapakah keuntungan maksimum itu?
- (ii) Sekarang andaikan pemonopoli tidak dapat mengamalkan diskriminasi harga. Berapakah paras harga yang dikenakan? Hitungkan keuntungan maksimumnya.

(12 markah)

6. (a) Seorang pemonopoli menghadapi fungsi permintaan $3Q = 60 - 10P$ dan fungsi kosnya ialah $C = 20 + Q + 0.2Q^2$.

- (i) Hitungkan lebih pengguna jika keuntungan pemonopoli dimaksimumkan.
- (ii) Hitungkan lebih pengguna jika hasil pemonopoli dimaksimumkan.

(10 markah)

- (b) Di dalam satu ekonomi tertutup;

$$C_t = 500 + 0.55Y_{t-1}$$

$$I_t = 100 + 0.05Y_{t-1}$$

$$\text{dan } Y_t = C_t + I_t$$

C_t , I_t dan Y_t adalah penggunaan, pelaburan dan pendapatan pada tempoh masa t . Carikan Y_t apabila $Y_0 = 1550$.

(10 markah)

...5/-

7. (a) Katakan sebuah firma menghadapi fungsi permintaan $Q = 60 - 2P$. Kos purata firma itu ialah $AC = 8 + 0.5Q + 20/Q$.

Dapatkan paras Q yang memaksimumkan keuntungan dalam kes-kes berikut:

- (i) Apabila kerajaan mengenakan cukai sekaligus sebanyak RM20.
- (ii) Apabila kerajaan mengenakan cukai jualan sebanyak RM12 seunit.
- (iii) Apabila kerajaan memberikan subsidi sebanyak RM4 seunit.

(12 markah)

- (b) Tunjukkan bahawa untuk fungsi pengeluaran keanjalan penggantian malar CES, iaitu,

$$f(k, L) = (ak^{-c} + bL^{-c})^{-1/c}$$

di mana a , b dan c adalah pemalar, teorem Euler wujud.

(8 markah)

- oo oOo oo -