SATU KAEDAH ALTERNATIF BAGI MENYELESAIKAN MASALAH TRANSFORMASI DAN APLIKASINYA DALAM BIDANG BIOSTATISTIK

oleh

WAN MUHAMAD AMIR BIN W AHMAD

Tesis yang diserahkan untuk memenuhi keperluan bagi Ijazah Doktor Falsafah

Ogos 2009

PENGHARGAAN

Setinggi-tinggi pujian dan kesyukuran dipanjatkan kepada Allah S.W.T atas segala ilham dan rahmatnya dalam menyiapkan tesis ini. Ucapan setinggi-tinggi penghargaan dan jutaan terima kasih saya rakamkan buat penyelia tesis saya iaitu Prof. Dr. Syed Hatim Noor dan Prof. Dr. Tengku Mohd Ariff atas segala bimbingan dan tunjuk ajar Beliau sepanjang pembelajaran saya di peringkat Doktor Falsafah ini. Beliau berdua telah banyak meluangkan masa untuk meneliti dan memperbaiki hasil kerja saya dari semasa ke semasa dalam melaksanakan tesis ini. Saya amat berbangga mempunyai penyelia seperti Beliau berdua kerana Beliau berdua tidak pernah jemu memberi nasihat dan tunjuk ajar dalam pelbagai perkara. Semoga Allah S.W.T membalas atas segala jasa dan budi baik mereka berdua.

Saya juga ingin merakamkan jutaan terima kasih kepada Dekan Pusat Pengajian Sains Perubatan serta timbalan-timbalannya, pihak Kementerian Pengajian Tinggi (KPT), pihak Universiti Malaysia Terengganu (UMT) atas semua bantuan kewangan, semua kakitangan di Unit Biostatistik dan Metodologi Penyelidikan, kakitangan di Unit Rekod Pesakit, kakitangan Pusat Pengajian Siswazah, pesakit-pesakit di Hospital Universiti Sains Malaysia, kakitangan di perpustakaan Universiti Sains Malaysia atas segala bahan rujukan yang dibekalkan terutamanya buku-buku teks dan pelbagai jurnal yang berkaitan dengan topik penyelidikan yang saya jalankan ini.

Di samping itu, saya juga ingin merakamkan jutaan terima kasih buat kedua ibubapa tercinta yang banyak membantu dari segi sokongan dan galakan untuk meneruskan pengajian sehingga peringkat Doktor Falsafah dan yang terakhir sekali buat rakan-

rakan yang telah membantu saya dalam penambahbaikan tesis ini. Nasihat dan tunjuk ajar mereka amat saya hargai dan akan menjadi panduan untuk saya terus maju pada masa akan datang.

JADUAL KANDUNGAN

BAB 5
PERBANDINGAN HASIL KEPUTUSAN BERANGKA

BAB 8
BATASAN DAN MANFAAT KAJIAN

BAB 9
CADANGAN-CADANGAN

LAMPIRAN-LAMPIRAN

SENARAI JADUAL

SENARAI RAJAH

Muka Surat

SENARAI SINGKATAN

AD	:	Nilai Anderson Darling
AD*	:	Nilai Anderson Darling Yang Diubahsuai
ANOVA	:	Analisis Varians
C	:	Kekangan
DK	:	Darjah Kebebasan
GLM	:	Model Linear Am
H	:	Kehomogenan
HUSM	:	Hospital Universiti Sains Malaysia
J	:	Fungsi Jacobian
ML	:	Kaedah Kebolehjadian Maksimum
MINITAB	:	Perisian Statistik
MATLAB	:	Perisian Matematik
MAPLE	:	Perisian Matematik
N	:	Kenormalan
P	:	Nilai Statistik P

SENARAI SIMBOL

π	:	Pi Kecil
$\prod$	:	Pi Besar
μ	:	Min
$\sum$	:	Hasil Tambah
∞	:	Infiniti
$\sim$	:	Tertabur
σ	:	Sigma
x	:	Pembolehubah x
y	:	Pembolehubah y
χ^2	:	Khi Kuasa Dua
H_0	:	Hipotesis Nol
H_1	:	Hipotesis Alternatif
ε	:	Ralat/reja
λ	:	Lambda
ρ	:	Rho
δ	:	Delta
G	:	Min Geometri
$\Re$	:	Nombor Nyata
$\Re^n$	:	Ruang Vektor n Dimensi
α	:	Alfa
β	:	Beta
θ	:	Teta
Φ	:	Phi
γ	:	Gamma
ζ	:	Xi

ABSTRAK

Penyelidikan yang dijalankan ini bertujuan untuk memberi pendedahan mengenai kewujudan masalah-masalah data daripada pelbagai rekabentuk ujikaji yang tidak memenuhi andaian-andaian analisis varians (ANOVA), analisis regresi dan prosedur yang seumpamanya secara khusus serta langkah-langkah mengatasinya dengan membuat penambahbaikan terhadap rumus asal transformasi Box-Cox sehinggalah ianya menjelajahi ke semua nombor-nombor nyata. Pada keseluruhannya analisis transformasi memberi penekanan bagi mencapai status kenormalan, kestabilan varians, ketidakbersandaran dan seterusnya melinearkan model. Dalam tesis ini dipersembahkan satu kaedah transformasi *SHAMIRIFF* bagi melaksanakan proses transformasi berasaskan ubahsuaian kepada rumus asal transformasi Box-Cox yang menggunakan pendekatan pengoptimuman dan kaedah Newton-Raphson. Penyelidikan ini memberi tumpuan utama kepada analisis reja menerusi plot diagnostik reja dan plot kebarangkalian normal reja bagi mengukur tahap kecekapan transformasi. Analisis yang mendalam dilakukan dengan menggunakan data daripada dua kaedah transformasi iaitu transformasi Box-Cox dan juga tranformasi *SHAMIRIFF*. Keputusan reja daripada kedua-dua kaedah tersebut dibandingkan secara relatif menerusi nilai statistik Anderson Darling (AD) dan nilai statistik P. Transformasi dilakukan ke atas pembolehubah sambutan dan perbandingan keputusan bagi dua kaedah transformasi akan memberi maklumat tentang kejayaan transformasi. Hasil-hasil keputusan kajian yang bermakna diilustrasikan dengan menggunakan perisian MAPLE dan MINITAB.

An Alternative Method to Solve the Transformation Problem

And Its Application to Biostatistics

ABSTRACT

The aim of this research is to expose the issue of the data problems from various studies which do not fulfill the assumptions for analysis of variance (ANOVA), regression analysis, and other such procedures in detail together with the steps to overcome this problem with modifying the original of Box-Cox formula until it can be used for all the real numbers. The whole transformation analyses are emphasized on achieving normality, variance stability and independence of observations and to convert the model into a linear form. In this thesis, the *SHAMIRIFF* transformation method is being introduced based on some modification of Box-Cox transformation formula with some approaches to Optimization and Newton Raphson-Method. This research is mainly focus on two methods which are normally used that are diagnostic residual plots and the normal probability plot to measure the accuracy of the transformation. A deeper study on transformation has been done by using data from Box-Cox Transformation and also *SHAMIRIFF* transformation method. The residual results from both methods are being compared relatively by using the value of Anderson Darling (AD) statistics and P statistics. The transformation is carried out for the response variables and the comparison results from both methods will provide information on the success of the transformation. All the significant results will be illustrated by using MAPLE and MINITAB software.

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 PENGENALAN KEPADA TRANSFORMASI

Perkataan transformasi adalah merujuk kepada penjelmaan atau tatacara yang digunakan untuk menjelmakan keadaan sesuatu bentuk data ke bentuk yang bersepadanan bagi membolehkan kita melakukan sesuatu analisis yang bersesuaian. Boleh dikatakan, kita kerapkali melakukan kesalahan apabila melaksanakan analisis yang melibatkan ujian-ujian statistik akibat daripada struktur data asal yang tidak memenuhi andaian-andaian asas yang diperlukan seperti andaian kesamaan varians (kehomogenan varians), andaian kenormalan, ketakbersandaran dan kerawakan data. Kesalahan ini pada asasnya begitu kecil tetapi impaknya terhadap analisis yang dilakukan amatlah mendalam. Di dalam penggunaan kaedah statistik berparameter khususnya seperti analisis regresi, ANOVA dan prosedur seumpamanya terdapat andaian-andaian asas yang perlu dipenuhi sebelum sesuatu analisis dijalankan. Sekiranya analisis statistik diaplikasikan ke atas data yang menyimpang ataupun data yang tidak memenuhi andaian-andaian yang diperlukan, kesannya berlakulah kesilapan dalam proses membuat pentaabiran. Di dalam kes seperti analisis regresi, penyimpangan sebegini menyebabkan wujudnya hubungan yang tidak linear di antara pembolehubah-pembolehubah sambutan y dan peregresi (Amir, Nyi Nyi Naing & Nurfadhlina Halim, 2008).

Sebenarnya, kaedah transformasi telah diperkenalkan sebagai salah satu langkah ataupun kaedah untuk memperbetulkan penyimpangan yang berlaku dan seterusnya membolehkan kita melakukan analisis yang diperlukan. Dalam kes-kes yang tertentu, sesuatu fungsi yang tak linear boleh dilinearkan dengan menggunakan jenis-jenis transformasi yang sesuai (Guttman dan Metter, 1965). Bartlett pada tahun 1947, Dolby pada tahun 1963 dan serta Box dan Cox pada tahun 1964 telah membincangkan secara terperinci tentang transformasi di dalam kajian mereka. Dalam tesis ini, dipersembahkan satu kaedah tranformasi yang diberi nama transformasi *SHAMIRIFF* bagi melakukan transformasi data. Kaedah tranformasi ini diperolehi dengan melakukan satu pengubahsuaian serta penambahbaikan terhadap kaedah transformasi Box-Cox yang diperkenalkan oleh Box dan Cox, melalui pendekatan pengoptimuman dan kaedah Newton-Raphson.

1.1.1 LATAR BELAKANG DAN PERKEMBANGAN PENYELIDIKAN

Pada asalnya kaedah transformasi pembolehubah sambutan diperkenalkan sebagai satu pendekatan bagi menstabilkan varians, mencapai andaian kenormalan dan ketaksandaran bagi membolehkan analisis berparameter dilakukan dengan berkesan. Ketiga-tiga prasyarat ini merupakan perkara asas yang harus dipatuhi atau dipenuhi sebelum analisis regresi dan ANOVA diaplikasikan ke atas data. Pelbagai kaedah transformasi tradisional telah diperkenalkan sebagai satu pendekatan awal di dalam kajian transformasi. Di antara contoh-contoh transformasi tradisional yang seringkali digunakan adalah seperti transformasi logaritma, transformasi punca kuasa dua, transformasi kuasa, transformasi songsang dan sebagainya.

Sumbangan yang hebat dan mengkagumkan dalam penentuan kaedah transformasi secara formal telah ditemui oleh dua ahli statistik yang terkenal iaitu G. E. P. Box dan D. R. Cox pada tahun 1964. Kaedah transformasi formal yang telah diperkenalkan oleh mereka berdua berteraskan kepada penggunaan kaedah-kaedah berstatistik bagi menentukan jenis transformasi yang bersepadanan dengan data. Box dan Cox telah memperkenalkan keluarga transformasi berparameter yang memberi kemudahan dalam menggunakan kaedah transformasi. Sebelum tahun 1964, terdapat beberapa orang tokoh statistik yang terkemuka juga telah meneroka kaedah transformasi ini di antaranya ialah M. S. Bartlett (1947). Dalam kajiannya, beliau memulakan analisis ke atas kepentingan transformasi dan telah mencadangkan beberapa jenis transformasi dan hasilnya telah menarik minat Dr. Box dan Dr. Cox untuk terus mendalami kajian terhadap transformasi.

Sebelum tahun 1964, penyelidikan dalam bidang transformasi juga telah dikaji oleh beberapa orang tokoh statistik yang lain di antaranya Moore and Tukey pada tahun 1954 yang mana dalam kajiannya beliau telah memperkenalkan satu keluarga transformasi seperti berikut:

$$\rho_{\lambda_1,\lambda_2}(x) = \begin{cases} (x+\lambda_1)^{\lambda_2}, & 0 \neq \lambda_2 \leq 1, \\ \log(x+\lambda_1), & \lambda_2 = 0, \end{cases} \quad \text{untuk } x+\lambda_1 > 0 .$$

Dalam kegunaan praktikal, pemilihan λ_1 dan λ_2 adalah bergantung kepada keperluan transformasi. Pada tahun seterusnya, Dr. Box dan Dr. Cox telah mengubahsuai formula yang telah diperkenalkan oleh Moore dan Tukey dan seterusnya telah memperkenalkan rumus berikut:-

$$\rho_{\lambda}(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{\lambda}-1}{\lambda} & \lambda\neq 0,\\ \log(x) & \lambda=0,\end{cases}\quad \text{untuk}\quad x>0 \tag{1}$$

Untuk menyesuaikan rumus yang diperolehi di persamaan (1) terhadap cerapan yang bernilai negatif, satu pengubahsuaian telah dilakukan oleh mereka dan mereka telah memperkenalkan satu rumus iaitu:

$$\rho_{\lambda_1,\lambda_2}(x)=\begin{cases}\dfrac{(x+\lambda_1)^{\lambda_2-1}}{\lambda_2} & \lambda_2\neq 0,\\ \log(x+\lambda_1) & \lambda_2=0,\end{cases}\quad \text{untuk}\quad x+\lambda_1>0 \tag{2}$$

dan ini memadai dengan menggantikan satu nilai yang sesuai terhadap λ_1 dalam persamaan di persamaan (2) dan seterusnya menggunakan rumus tersebut untuk mengira transformasi. Sekiranya nilai bagi x adalah minimum, maka pemilihan terhadap $x+\lambda_1$ akan menjadi positif dengan pemilihan λ_1 yang sesuai. Disebabkan rumus di persamaan (2) ini mempunyai banyak kekurangan dan kelemahan maka ia kurang digemari dan tidak digunakan.

Kajian tentang transformasi ini diteruskan lagi oleh Draper dan Cox (1969), Andrews (1971), John dan Draper (1980), Bickel dan Doksum (1981), dan Myers, Montgomery dan Vining (2002). Kajian Bartlett pada tahun 1947 telah dijadikan asas oleh ahli-ahli statistik bagi menghasilkan kajian-kajian seterusnya tentang transformasi. Banyak kajian yang telah dilakukan oleh ahli-ahli statistik yang berkaitan dengan kaedah transformasi. Dalam kajian penyelidikan yang telah dilakukan sebelum ini ialah penentuan parameter transformasi λ secara kaedah Kebolehjadian Maksimum (Maximum Likelihood) dan penentuan tahap kepersisan parameter tansformasinya ialah dengan mendapatkan selang keyakinan hampiran serta melaksanakan pendekatan pengujian hipotesis dalam kajian transformasi. Dalam kajian yang telah diterokai oleh Dr. Box dan Dr. Cox, mereka telah menghuraikan kaedah transformasi secara mendalam ke atas pembolehubah sambutan.

Selain itu kajian terhadap analisis transformasi juga telah dilakukan oleh Tukey (1957), Box dan Tidwell (1962) dan Dolby (1963). Kajian mereka lebih menekankan kepada kepentingan melakukan analisis transformasi ke atas pembolehubah-pembolehubah tak bersandar. Perbincangan yang lanjut berkaitan dengan transformasi turut dilakukan oleh Hill dan Hunter (1966), Wu, Ermer dan Hill (1966) dan Kruskal (1968) juga telah diberi pengiktirafan dan dijadikan sebagai rujukan yang penting terutamanya hal-hal yang berkaitan dengan masalah transformasi.

1.1.2 PERNYATAAN MASALAH

Hasil kajian penyelidikan yang telah diperkenalkan oleh Dr. Box dan Dr. Cox, telah banyak digunakan dalam pelbagai bidang sains seperti dalam bidang sains biologi, ekonomi dan sebagainya. Walaupun begitu, masih terdapat kelemahan dalam rumus yang diperkenalkan oleh mereka. Kaedah transformasi yang telah diperkenalkan oleh Dr. Box dan Dr. Cox hanya melibatkan data yang bernilai positif untuk tujuan transformasi. Jesteru itu satu permasalahan telah timbul apabila kita hendak mentransformasikan data yang bersifat negatif dan data yang bersifat campuran supaya data tersebut memenuhi andaian analisis regresi dan juga ANOVA. Disebabkan hal demikian maka tercetuslah satu idea untuk menambahbaikan proses transformasi yang sedia ada supaya kecekapan transformasi yang sedia ada dapat dipertingkatkan dengan lebih baik serta dapat menangani masalah transformasi secara universal. Pada kebiasaannya data yang bernilai negatif akan wujud hasil daripada perbandingan terhadap dua pengukuran dilakukan pada situasi yang berbeza di bawah satu syarat yang sama (Amir, Nyi Nyi Naing & Ariff, 2008).

1.1.3 KAEDAH ALTERNATIF

Kaedah alternatif untuk melaksanakan proses transformasi diperkenalkan dalam bab 4 di bahagian metodologi dan ianya diberi nama sebagai kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* sempena singkatan nama kepada Syed Hatim, Amir dan Tengku Ariff. Kaedah tranformasi ini, pada asasnya berasaskan kepada kaedah transformasi Box-Cox (1964) tetapi dilakukan suatu pengubahsuaian yang menyeluruh. Ciri-ciri utama yang dipertimbangkan dalam kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* ini ialah transformasinya menjelajahi kesemua nombor nyata serta ianya dapat memberikan keputusan yang jauh lebih baik daripada kaedah sebelumnya (Amir, Nyi Nyi Naing & Ariff, 2008).

1.2 SUMBANGAN KAJIAN

Sumbangan kajian transformasi dapat diringkaskan seperti berikut :

i) Kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* dirancang dan dibina begitu tertib sehingga dapat menyelesaikan masalah transformasi yang melibatkan kesemua nombor nyata dan ketepatan hasil keputusannya adalah jauh lebih baik daripada transformasi Box-Cox.

ii) Kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* yang dibina dapat digunakan dengan berkesan bagi penyelidik dalam pelbagai bidang ilmu seperti biologi, ekonomi, kejuruteraan dan lain-lain.

Akhirnya, diharapkan bahawa hasil penyelidikan ini bukan sahaja berguna kepada penyelidik dalam bidang ini akan tetapi kepada semua lapisan pengguna yang ingin mencari penyelesaian kepada masalah transformasi secara formal dengan lebih berkesan.

1.3 ORGANISASI TESIS

Tesis dimulakan dengan pendahuluan dalam Bab 1, yang menerangkan tentang keperluan kaedah transformasi serta perkembangannya dalam bidang penyelidikan. Dalam bab ini juga turut disentuh mengenai sejarah dan latar belakang penyelidikan secara ringkas iaitu kajian-kajian lepas dalam bidang transformasi, keperluan kajian semasa serta sumbangan-sumbangan kajian. Selain itu, bahagian ini juga turut juga menyentuh bahagian pengenalan kepada kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* yang merupakan kekuatan tesis ini.

Seterusnya Bab 2 mempersembahkan sorotan literatur dengan menyajikan teori-teori yang menjelaskan hubungan bagi mendapatkan transformasi yang menstabilkan varians, mencapai andaian ketaksandaran dan kenormalan. Pemilihan kaedah transformasi dipecahkan kepada dua bahagian utama iaitu kaedah pemilihan transformasi bersifat sementara, manakala bahagian keduanya pula menyentuh kaedah pemilihan transformasi secara analitikal. Transformasi yang menstabilkan varians dan melinearkan model turut dibincangkan secara terperinci. Seterusnya perbincangan dipanjangkan dengan perbincangannya ditekankan terhadap pemilihan transformasi secara analitikal, iaitu secara transformasi Box-Cox. Dalam transformasi Box-Cox tumpuan utama diberikan pada transformasi pembolehubah sambutan y, prosedur bagi mendapatkan nilai kuasa transformasi λ dan analisis lanjutan bagi mendapatkan nilai parameter transformasi λ iaitu dengan melakukan analisis secara berasingan terhadap kekangan-kekangan yang ditentukan seperti menetapkan ketidakwujudan interaksi sebagai kekangan turut juga dibincangkan. Kepersisan kuasa transformasi dapat ditentukan dengan meneliti selang keyakinan bagi λ. Penerangan mengenai status andaian-andaian yang perlu dipenuhi sebelum kaedah seperti ANOVA dan prosedur yang berkaitan dengannya turut disajikan. Turut diberi tumpuan dalam bab ini ialah bagaimana kita dapat mengesan penyimpangan andaian yang berlaku dengan menggunakan beberapa ujian hipotesis dan juga plot diagnostik reja.

Bab 3 memberi penerangan tentang objektif-objektif penyelidikan serta skop-skop kajian penyelidikan secara terperinci. Turut dimuatkan dalam Bab 3 ialah kerangka konsep penyelidikan secara umum dan juga hipotesis penyelidikan.

Bab 4 ini merupakan bahagian yang terpenting dalam tesis penyelidikan ini kerana pada bahagian inilah metodologi kajian secara teoritikal dan komputasi diperkenalkan. Kaedah transformasi alternatif yang diberi nama sebagai kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* diperkenalkan, kaedah ini merangkumi penambahbaikan pada struktur rumus dan seterusnya penentuan terhadap kuasa transformasi λ sehinggalah proses transformasi dilaksanakan. Kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* ini menggunakan pendekatan pengoptimuman dan kaedah Newton-Raphson. Bukti-bukti yang menyokong terhadap keperluan kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* ini juga turut dibahaskan secara terperinci. Selain itu juga, tatacara pengiraan nilai statistik Anderson Darling, nilai statistik P dan perbincangan mengenai kerangka konsep penyelidikan turut diberi perhatian.

Bab 5 memaparkan analisis yang terdiri daripada 7 kajian kes utama dengan pelbagai jenis struktur data yang berbeza. Data dikumpulkan daripada Unit Rekod, Hospital Universiti Sains Malaysia (HUSM), Kubang Kerian, Kelantan. Perbincangan di dalam kajian kes ini diharapkan menjadi panduan kepada para pembaca bagi melakukan pemilihan transformasi yang sesuai ke atas data. Kajian transformasi dilakukan bertujuan bagi mengkaji gelagat-gelagat data sebelum dan selepas menjalani proses transformasi. Ilustrasi-ilustrasi bergraf diteliti bagi menyelidiki kewujudan percanggahan terhadap andaian-andaian tersebut. Plot diagnostik reja yang terdiri daripada plot kebarangkalian normal reja, histogram reja, carta reja dan reja melawan nilai tersuai dapat memberi panduan kepada kita untuk mengesan percanggahan yang berlaku. Sekiranya percanggahan dikesan dalam set-set data yang dikaji, langkah pertama ialah mentransformasikan data tersebut menerusi dua kaedah iaitu kaedah Box dan Cox dan kaedah tranformasi *SHAMIRIFF*. Penentuan kuasa transformasi λ bagi kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* adalah didasarkan kepada taburan normal dan kaedah Newton-Raphson manakala penentuan kuasa transformasi λ bagi kaedah tranformasi Box-Cox adalah berdasarkan kepada kaedah kebolehjadian maksimum. Seterusnya suatu perbandingan kecekapan transformasi dibuat terhadap nilai reja yang menggunakan ujian statistik Anderson Darling dan statistik P. Setelah mengaplikasi proses transformasi, langkah seterusnya adalah menyemak adakah transformasi yang dilakukan berjaya menghasilkan data yang memenuhi andaian-andaian ataupun tidak. Perisian MINITAB dan MAPLE digunakan bagi menjalankan analisis ke atas data yang dikaji. Ilustrasi secara gambarajah bagi data yang dikaji turut dimuatkan pada setiap bahagian kajian kes. Hasil daripada keputusan transformasi yang menggunakan kaedah Box-Cox dan kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* dibandingkan bagi mengukur tahap kecekapan kedua-dua kaedah transformasi.

Bab 6 dan Bab 7 merupakan bab yang menekankan perbincangan dan perumusan tentang kajian penyelidikan. Aspek-aspek yang diberi penekanan dan tumpuan utama adalah seperti teknik-teknik pembaharuan dalam kajian transformasi, kepersisan kaedah alternatif dan lain-lain. Bab 8 dan Bab 9 merupakan bab yang terakhir yang mana dalam bab ini memberi penerangan tentang batas-batas kajian, manfaat daripada hasil penyelidikan dan cadangan-cadangan untuk kajian transformasi pada masa hadapan. Turut juga dimuatkan dalam Bab 9 satu rumus baru untuk kajian penyelidikan transformasi seterusnya pada masa akan datang.

1.4 JUSTIFIKASI KAJIAN

Keperluan untuk mendapatkan keputusan yang lebih jitu menjadi dorongan utama untuk melaksanakan projek penyelidikan ini. Penyelidikan ini sebenarnya melibatkan penambahbaikan terhadap kaedah transformasi yang merangkumi beberapa aspek utama iaitu ubahsuaian rumus Box-Cox, penentuan kuasa transformasi λ melalui pendekatan taburan normal piawai dan juga pempiawaian rumus Box-Cox. Pendekatan pengiraan terhadap λ secara kaedah Newton-Raphson turut menyumbang kepada faktor ketepatan proses transformasi. Untuk mencapai objektif itu, maka terhasilah satu kaedah yang diberi nama kaedah tranformasi *SHAMIRIFF*. Bagi membuktikan keberkesanan kaedah tranformasi *SHAMIRIFF* yang dibina, data dikutip daripada 7 jenis rekabentuk ujikaji dan ditransformasi secara transformasi Box-Cox dan kaedah transformasi *SHAMIRIFF* terlebih dahulu sebelum analisis selanjutnya dijalankan. Seterusnya nilai reja yang tersuai daripada analisis tersebut diambil dan disukat menerusi ujian statistik AD dan statistik P dan seterusnya nilai tersebut dibuat perbandingan bagi mendapatkan maklumat tentang kejayaan transformasi.

Ukuran darjah kejayaan sesuatu analisis dapat diketahui dengan cara menyukat nilai statistik Anderson Darling (AD) dan nilai statistik P bagi reja yang dihasilkan melalui prosedur model linear am (GLM) ataupun analisis regresi. Anggapan kecukupan model tidak akan dipenuhi sekiranya salah satu nilai statistik tersebut tidak dipatuhi secara serentak. Hal ini bermaksud, kedua-dua nilai statistik AD dan statistik P mestilah mematuhi syarat kenormalan data secara serentak pada sesuatu masa. Apabila sesuatu data telah memenuhi ke semua syarat kenormalan, mungkin kita akan terfikir sejauh namakah takrif darjah kenormalan itu disukat? Bagi menjawab persoalan ini, kita berasaskan kepada satu konsep iaitu semakin kecil nilai statistik AD dan semakin besar nilai statistik P iaitu $(P > 0.05)$ mengimplikasikan bahawa sejauh mana data tersebut telah berjaya dinormalkan (rujuk MINITAB versi 14). Bertitik tolak daripada pernyataan di atas, maka tercetuslah satu idea bagi melaksanakan projek penyelidikan ini dengan mencari nilai statistik AD seminima yang boleh bersertakan dengan nilai statistik P semaksima yang mungkin. Untuk tujuan demikian, satu pengubahsuaian secara universal telah dilakukan bagi memperolehi tahap kenormalan yang paling optimum.

BAB 2

KAJIAN KESUSASTERAAN

2.1 PENGENALAN

Secara umumnya terdapat beberapa tujuan utama transformasi iaitu, untuk menstabilkan varians (kehomogenan varians), untuk menjadikan taburan yang dikaji menghampiri kenormalan, ketakbersandaran dan kerawakan data dan seterusnya untuk meningkatkan penyuaian model kepada data dengan menghasilkan model semudah yang mungkin dengan membuang bahagian yang bersaling tindak.

Sebenarnya, agak sukar untuk memenuhi ketiga-tiga andaian di atas dalam pengukuran skala asal pembolehubah sambutan y. Contoh 2.1 dipetik daripada *Biometry*, Sokal pada tahun 1969 yang menjelaskan dengan secara lebih terperinci apa yang berlaku apabila kita menggunakan kaedah-kaedah transformasi.

Sekiranya andaian-andaian yang telah dinyatakan sebelumnya tidak dipatuhi, langkah terbaik yang harus dijalankan adalah memperbetulkan percanggahan tersebut dengan melakukan transformasi data ataupun mengaplikasikan kaedah tak berparameter terhadap data yang dikaji. Perbincangan dalam bab ini dihadkan kepada jenis-jenis transformasi sahaja (Norhayati, 2004).

.

Contoh Berangka 2.1

Model ringkas bagi ANOVA dinyatakan seperti berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, n \end{cases} \tag{2.1}$$

Dalam model ringkas ini, setiap komponen adalah kesan penambahan dengan ralat, ε_{ij} tertabur secara normal dengan min sifar dan varians malar (Box, 1954). Selain itu, Kita juga sering berhadapan dengan situasi dengan setiap komponen dihubungkan secara pendarapan seperti kes $y_{ij} = \mu\tau_i\varepsilon_{ij}$. Dalam kes sebegini, penyimpangan dikatakan berlaku daripada andaian kenormalan dan kehomogenan varians. Parameter μ adalah malar. Kesan τ_i berbeza dari satu kumpulan ke kumpulan yang lain menyebabkan taburan dikalangan y_{ij} akan berganda dalam kumpulan dengan τ_i berbeza sebanyak μ kali daripada yang lain. Keadaan sebegini dapat diperbetulkan dengan menggunakan kaedah transformasi logaritma ke atas model $y_{ij} = \mu\tau_i\varepsilon_{ij}$. Pengaplikasian prosedur transformasi logaritma ini menghasilkan model seperti berikut:

$$\log y_{ij} = \log \mu + \log \tau_i + \log \varepsilon_{ij} \tag{2.2}$$

Model di atas memenuhi andaian kesan penambahan dengan varians homogen. Jika diberi satu set data, kita boleh mengesan sama ada transformasi ke atas pembolehubah sambutan y diperlukan atau tidak. Sekiranya nilai bagi pembolehubah sambutan sentiasa positif seperti masa sehingga sesuatu peristiwa berlaku dan pengukuran diameter bagi sesuatu unsur, maka dalam kes seperti ini andaian kenormalan tidak dapat dipenuhi dengan tegas. Setelah mengaplikasikan penjelmaan logaritma ke atas pembolehubah sambutan asal, didapati hasilnya memenuhi anggapan kenormalan di dalam skala yang telah ditransformasikan. Pembolehubah sambutan asal dalam situasi seperti ini dikatakan tertabur secara lognormal.

Sekiranya nilai-nilai pembolehubah sambutan jauh dari nilai sifar dan cerapan-cerapan adalah berselerak kecil secara bandingan, maka transformasi hanya mempunyai sedikit kesan. Contohnya bacaan metabolisma badan bagi lelaki dewasa boleh dimodelkan sama ada tertabur secara normal atau lognormal. Sebaliknya, jika nisbah cerapan terbesar kepada cerapan terkecil mempunyai nilai yang besar, maka model penambahan varians diperlukan. Dalam kes seperti ini penjelmaan selalunya diperlukan (Norhayati, 2004).

Dalam situasi model linear pula, kombinasi varians bagi ralat yang malar dan ralat tertabur normal selepas transformasi mengimplikasikan data seharusnya tidak mempunyai titik terpencil. Manakala, dalam kes yang mana tiada pereplikaan dalam data yang dikaji, adalah agak sukar untuk kita memperolehi maklumat tepat tentang sesuatu bentuk taburan data. Kebiasaannya, kehadiran titik terpencil dalam data, memungkin terdapat tanda yang menunjukkan data memerlukan transformasi. Kehadiran satu atau dua titik terpencil memungkinkan transformasi perlu dilakukan tetapi kadangkala tanda ini mungkin tidak kena pada tempatnya kerana mungkin dipengaruhi oleh titik terpencil tersebut. Bagi mengatasi masalah ini, plot diagnostik boleh digunakan untuk meneliti adakah terdapat bukti yang menunjukkan transformasi perlu dilakukan. Di situasi regresi pula, transformasi dilakukan bertujuan mencapai dua matlamat iaitu untuk memenuhi andaian kehomogenan varians bagi ralat dan untuk menghasilkan model linear (Kutner *et. al*., 1990).

Walau bagaimanapun dalam kes regresi, kebiasaannya hanya sedikit bukti tentang taburan ralat boleh didapati melalui plot reja normal. Disebabkan supernormaliti reja-reja yang lebih cenderung kepada taburan normal untuk pelbagai transformasi, maka plot kebarangkalian normal reja bukanlah satu kaedah yang boleh memberi banyak maklumat bagi mengesan bukti yang menunjukkan data memerlukan transformasi.

Atkinson pada tahun 1985 mengatakan bahawa sesuatu transformasi dikatakan berjaya apabila keadaan bagi ketiga-tiga andaian kehomogenan varians, struktur kesan penambahan dan kenormalan ralat dipenuhi. Dalam cerapan empirikal, ketiga-tiga andaian ini dapat dipenuhi dengan mengaplikasikan proses transformasi.

Seterusnya, bagi kes varians ralat yang tidak malar pula, ianya boleh diselesaikan dengan cara mengaplikasikan prosedur transformasi. Masalah ini perlu diperbetulkan kerana penyimpangan yang berlaku ini menyebabkan penganggar kuasa dua terkecil pencong dan tidak mempunyai sifat varians yang minimum. Jika ini berlaku nilai bagi pekali regresi akan mempunyai ralat piawai yang besar nilainya. Bagi menangani masalah ini transformasi harus dilakukan, dan dengan ini penganggaran parameter model adalah lebih jitu dan kepekaan ujian secara statistik dapat ditingkatkan. Kepentingan dalam penggunaan kaedah transformasi dalam kes ini telah dihuraikan secara mendalam oleh Tukey pada tahun 1949.

2.2 TATACARA PEMILIHAN TRANSFORMASI

Kaedah pemilihan transformasi dapat dibahagikan kepada dua iaitu kaedah pemilihan secara tidak rasmi atau *ad hoc* (bersifat cuba jaya) dan kaedah pemilihan secara formal. Bahagian ini juga membincangkan kaedah pemilihan transformasi secara *ad hoc*. Turut dibahaskan dibahagian ini kaedah transformasi menstabilkan varians dan seterusnya melinearkan model. Secara umumnya, tujuan kita ialah untuk mencapai varians yang homogen terlebih dahulu dan seterusnya melinearkan model.

2.2.1 KESTABILAN VARIANS MELALUI KAEDAH TRANSFORMASI

Sebelum prosedur ANOVA atau model linear dijalankan, sepatutnya andaian kehomogenan varians perlu disemak dan dipatuhi terlebih dahulu. Percanggahan ini boleh berlaku disebabkan oleh pembolehubah sambutan y mengikut taburan yang varians, $V(y)$ adalah satu fungsi min, $E(y)$. Situasi sebegini sering berlaku di dalam pembolehubah sambutan y yang tertabur secara Poisson. Perhatikan data yang tertabur secara Poisson, varians, $V(y)$ berkadaran dengan min, $E(y)$ iaitu, $V(y) = E(y)$. Disebabkan hal tersebut, varians bukan lagi seragam atau malar. Penjelmaan menstabilkan varians diperkenalkan sebagai satu pendekatan untuk menyelesaikan masalah ini. Varians pembolehubah sambutan y boleh distabilkan dengan melakukan transformasi ke atas pembolehubah sambutan (Norhayati, 2004).

Sebagai contohnya katakan y ialah nilai pembolehubah sambutan Poisson yang asal dan y' merupakan pembolehubah sambutan yang telah ditransformasikan. Di dalam kes ini kita mengaplikasikan transformasi punca kuasa dua iaitu $y' = \sqrt{y}$. Sekiranya pembolehubah sambutan y berada dalam selang $0 \le y_i \le 1$ dan plot reja melawan nilai tersuai mempunyai bentuk berganda, maka transformasi '*arcsine*' boleh digunakan ke atas pembolehubah sambutan y iaitu $y' = \sin^{-1}(y)$. Teori transformasi bagi pembolehubah sambutan untuk mencapai varians yang seragam diterangkan di bawah.

2.2.1.1 TRANSFORMASI MENSTABILKAN VARIANS

Katakan y' menandakan pembolehubah sambutan yang telah ditransformasikan dan y menandakan pembolehubah sambutan dalam skala yang asal. Biarkan $y' = g(y)$ dan $E(y) = \mu$. Katakan fungsi transformasi $g(y)$ dapat dikembangkan ke dalam siri penumpuan Taylor seperti berikut ;

$$g(y) = g(\mu) + g'(\mu)(y-\mu) + g''(\mu)\frac{(y-\mu)^2}{2!} + \ldots + \frac{g^{(n-1)}(\mu)(y-\mu)^{n-1}}{(n-1)!} + \Re_n$$

yang mana penghampiran pada peringkat pertama untuk $g(y)$ diberikan oleh $y' = g(y) = g(\mu) + g'(\mu)(y-\mu)$. Seterusnya kita biarkan $V(y') = [g'(\mu)]^2 V(y) = G$ dan andaikan hubungan di antara $V(y)$ dan $E(y)$ diberikan oleh $V(y) = \Phi(\mu)$. Dengan menggantikan $V(y) = \Phi(\mu)$ ke dalam persamaan $V(y') = [g'(\mu)]^2 V(y) = G$, kita memperolehi $[g'(\mu)]^2 \Phi(\mu) = G$ atau fungsi transformasi untuk mencapai varians yang seragam bagi pembolehubah sambutan yang telah ditransformasikan y' ditunjukkan di dalam persamaan (2.3) iaitu :

$$g(\mu) = \int \sqrt{\frac{G}{\Phi(\mu)}} d\varpi + k, \tag{2.3}$$

dengan *k* ialah pemalar kamiran. Sebenarnya kita boleh menggunakan transformasi

$$y' = g(y) = \int \frac{1}{\sqrt{\Phi(y)}} dy \tag{2.4}$$

dan *k* (pemalar) tidak memberi apa-apa kesan ke atas $V(y')$. Biarkan $G = 1$. Pertimbangkan Contoh 2.2 yang mana contoh ini akan memberi gambaran yang lebih jelas tentang teori yang telah dibincangkan.

Contoh Berangka 2.2

Biarkan $V(y) = w$ dan $w = E(y)$. Dapatkan transformasi yang akan mencapai keseragaman varians pembolehubah sambutan.

Penyelesaian:

Biarkan y' menandakan pembolehubah yang ditransformasikan dan $g(y)$ ialah fungsi transformasi. Kita memperolehi

$$g(w) = \int \frac{1}{\sqrt{w}} dw = 2\sqrt{w}$$

Pekali 2 di dalam persamaan di atas boleh diabaikan kerana ia adalah pemalar dan tidak memberi apa-apa kesan ke atas $V(y)$. Transformasi yang diperolehi ialah $y' = y^{\frac{1}{2}}$.

Tatacara di atas boleh diaplikasikan untuk mendapatkan transformasi yang diberi di dalam Jadual 2.2 (Bartlett, 1947). Bagi kes yang istimewa, dengan varians bagi setiap pembolehubah sambutan diketahui iaitu $V(y_i) = \sigma_i^2$ penggunaan transformasi $y_i^{'} = \dfrac{y_i}{\sigma_i}$ boleh menstabilkan $V(y')$. Transformasi ini akan menghasilkan penghampiran varians yang seragam untuk y' jika σ_i diketahui. Teori di bawah memberi penerangan mengenai kaedah bagi mendapatkan jenis-jenis transformasi yang digunakan di dalam Jadual 2.1.

Katakan bahawa $y = \mu + \varepsilon$ dengan μ ialah min pembolehubah sambutan y dan ε merupakan komponen ralat. Andaikan sisihan piawai y ditandakan sebagai $\sigma_y = (\mathrm{Var}(y))^{1/2} = (\mathrm{Var}(\varepsilon))^{1/2}$ berkadaran dengan min μ berkuasa α iaitu, $\sigma_y = \mu^{\alpha}$ Pertimbangkan kuasa keluarga transformasi berikut;

$$z = f(y) = \begin{cases} \dfrac{y^{\lambda} - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln y & \lambda = 0 \end{cases} \qquad (2.5)$$

Persamaan (2.5) selanjar dalam λ kerana $\underset{\lambda \to 0}{\mathrm{had}} \left(\dfrac{y^{\lambda} - 1}{\lambda} \right) = \ln y$. Pembuktiannya diberikan seperti berikut:

$$f(y) = \left(\frac{y^{\lambda} - 1}{\lambda} \right),$$

apabila kita mengambil had di kedua-dua belah persamaan ini kita akan memperolehi dapatan seperti berikut:

$$\underset{\lambda\to 0}{\text{had}}\, f(y) = \underset{\lambda\to 0}{\text{had}}\; f\left(\frac{y^{\lambda}-1}{\lambda}\right)$$

menggunakan petua L'Hôpital's kita membezakan persamaan di atas. Maka,

$$\begin{aligned}\underset{\lambda\to 0}{\text{had}}\, f(y) &= \underset{\lambda\to 0}{\text{had}}\, f\left(\frac{y^{\lambda}-\ln y}{1}\right)\\ &= \ln y\end{aligned}$$

Andaikan z merupakan pembolehubah rawak yang ditakrifkan sebagai fungsi pembolehubah rawak y yang lain. Min dan varians bagi y ditandakan, masing-masing sebagai μ dan σ_y^2. Menggunakan kembangan siri Taylor di sekitar μ kita memperolehi persamaan iaitu, $z = f(y) \approx f(\mu) + f'(\mu)(y-\mu)$ dan varians bagi z diberi sebagai

$$\sigma_z^2 = \mathrm{Var}(z) \approx \left(f'(\mu)\right)^2 \mathrm{Var}(y) = \left(f'(\mu)\right)^2 \sigma_y^2 . \tag{2.6}$$

dan kuasa transformasi persamaan (2.5), $f'(\mu) = \mu^{\lambda-1}$ dan persamaan (2.6) menjadi

$$\sigma_z \approx \left|f'(\mu)\right|\sigma_y = \mu^{\lambda-1}\sigma_y = \mu^{\lambda-1}\mu^{\alpha} = \mu^{\lambda+\alpha-1} \tag{2.7}$$

Dengan penetapan kuasa bagi μ di dalam persamaan (2.7) bersamaan dengan sifar iaitu $\lambda+\alpha-1=0$, maka σ_z boleh dijadikan malar dengan pemilihan $\lambda = 1-\alpha$ sebagai kuasa transformasi. Nilai α tidak diketahui dan parameter λ perlu ditentukan. Kaedah kebolehjadian maksimum (ML) yang telah dicadangkan oleh

Box dan Cox boleh digunakan untuk menentukan nilai parameter transformasi λ. Wu dan Hamada pada tahun 2000 memberi perbincangan yang terperinci bagi menentukan nilai parameter λ ini secara kaedah kebolehjadian (ML).

2.2.2 JENIS-JENIS TRANSFORMASI YANG MENSTABILKAN VARIANS

Jadual 2.1 meringkaskan jenis transformasi yang menstabilkan varians yang diperolehi berdasarkan teori yang telah dibincangkan di dalam Bahagian 2.2.1.1. Bentuk transformasi di dalam Jadual 2.1 disusun berdasarkan kekuatan transformasi. Kekuatan transformasi ialah jumlah kelengkungan yang didorongkannya. Andaikan $E(y) = \mu$, min pembolehubah sambutan y dan biarkan juga sisihan piawai y berkadar langsung dengan min berkuasa α iaitu $\sigma_y \propto \mu^{\alpha}$.

Kita ingin mendapatkan transformasi ke atas y yang boleh menghasilkan varians malar. Andaikan kuasa transformasi data asal ialah $y' = y^{\lambda}$ dengan $\lambda = 1 - \alpha$. Jadual 2.1 memberi gambaran jelas transformasi yang menstabilkan varians dan dapat diperhatikan dalam Jadual 2.1 apabila nilai $\lambda = 1$, tiada transformasi yang diperlukan. Apabila nilai $\lambda = 0.5$ dan $\lambda = -0.5$, masing-masing memerlukan penggunaan transformasi punca kuasa dua dan punca kuasa dua songsang. Bagi kes data yang tertabur secara Poisson, transformasi punca kuasa dua boleh diaplikasikan ke atas data. Nilai $\lambda = 0$ mengimplikasikan transformasi logaritma diperlukan ke atas data dan apabila nilai $\lambda = -1$ menggambarkan transformasi songsang digunakan.

Jadual 2.1: Hubungan Serta Jenis Transformasi Yang Menstabilkan Varians

Hubungan antara σ_y dan μ	α	$\lambda = 1 - \alpha$	**Transformasi**
$\sigma_y \propto \mu^{-1}$	-1	2	*Ganda dua*
$\sigma_y \propto \mu^{-1/2}$	-1/2	3/2	*Kuasa 3/2*
$\sigma_y \propto$ malar	0	1	*Tiada penjelmaan*
$\sigma_y \propto \mu^{1/2}$	1/2	1/2	*Punca ganda dua*
$\sigma_y \propto \mu$	1	0	*Logaritma*
$\sigma_y \propto \mu^{3/2}$	3/2	-1/2	*Resiprokal punca ganda dua*
$\sigma_y \propto \mu^{2}$	2	-1	*Resiprokal*
$\sigma_y \propto \mu^{3}$	3	-2	*Resiprokal ganda dua*

(*Sumber: Wu dan Hamada, 2000)*

Nilai parameter λ boleh ditentukan dengan menggunakan kaedah transformasi Box-Cox yang akan dibincangkan dalam bahagian yang seterusnya. Di dalam bab yang selanjutnya dijelaskan secara terperinci bagaimana nilai λ ini memainkan peranan dalam menentukan jenis-jenis transformasi yang sesuai. Jadual 2.2 menunjukkan transformasi menstabilkan varians yang digunakan dengan memerhati hubungan antara varians pembolehubah sambutan σ_y^2 dengan nilai dijangka pembolehubah sambutan μ.

Jadual 2.2: Hubungan Serta Jenis Transformasi Yang Menstabilkan Varians

Hubungan σ_y^2 **dengan** μ	$\lambda = 1 - \alpha$	**Transformasi**
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu^{-2}$	2	$y' = y^2$ *(Ganda dua)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto$ malar	1	$y' = y$ *(Tiada penjelmaan)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu$	1/2	$y' = \sqrt{y}$ *(Punca ganda dua: data poisson)*
$\sigma_y^2 \propto \mu(1-\mu)$		$y' = \sin^{-1}\sqrt{y}$ *(arcsin : Data binomial, berkadaran)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu^2$	0	$y' = \ln(y)$ *(Logaritma)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu^3$	-1/2	$y' = y^{-1/2}$ *(Resiprokal punca ganda dua)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu^4$	-1	$y' = y^{-1}$ *(Resiprokal)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu^6$	-2	$y' = y^{-2}$ *(Resiprokal kuasa dua)*
$\sigma_y^{\ 2} \propto \mu^{-1}$	3/2	$y' = y^{\ 3/2}$ *(Kuasa 3/2)*

(Sumber: Myers, Montgomery dan Vining, 2002)

Jadual 2.1 dan Jadual 2.2, masing-masing memadankan transformasi yang sesuai ke atas pembolehubah sambutan dengan memerhatikan hubungan di antara sisihan piawai sambutan dengan min sambutan dan varians sambutan dengan min sambutan. Jadual 2.1 meringkaskan transformasi yang digunakan berdasarkan hubungan antara sisihan piawai pembolehubah sambutan, σ_y dengan min, μ kuasa α. Manakala, Jadual 2.2 menunjukkan jenis transformasi yang digunakan berdasarkan hubungan di antara varians pembolehubah sambutan dengan min pembolehubah sambutan μ.

Kita sedia maklum bahawa sisihan piawai merupakan punca kuasa dua varians iaitu $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^{\ 2}}$. Persamaan $\sigma_y \propto \mu^\alpha$ menjelaskan hubungan di antara sisihan piawai sambutan y dengan min sambutan berkuasa α iaitu $\sigma_y \propto \mu^\alpha$. Dapat diperhatikan bahawa sisihan piawai sambutan berkadar langsung dengan min sambutan berkuasa

α. Persamaan $\lambda = 1 - \alpha$ menghuraikan hubungan di antara parameter transformasi λ dengan α iaitu $\lambda = 1 - \alpha$. Apabila kita mengambil kuasa dua ke atas sisihan piawai di dalam Jadual 2.1, kita akan memperoleh hubungan antara varians dengan min kuasa α iaitu $\sigma^2{}_y \propto \mu^{2\alpha}$.

Katakan di dalam Jadual 2.1, nilai $\alpha = 1$, maka $\lambda = 1 - 1 = 0$. Nilai $\lambda = 0$ mengimplikasi transformasi logaritma diperlukan ke atas data. Apabila sisihan piawai dikuasaduakan kita mendapati $\sigma_y^2 = \mu^{2(1)} = \mu^2$. Varians yang berkadar langsung dengan nilai min sambutan μ kuasa dua, bermakna transformasi kuasa dua digunakan ke atas data. Punca kuasa dua varians ini memberi nilai sisihan piawai σ_y yang berkadar langsung dengan punca kuasa dua min kuasa dua $\sqrt{\mu^2}$. Oleh itu, nilai α dalam kes ini ialah 1 dan hal ini menghasilkan nilai $\lambda = 0$.

Apabila kita memilih $\alpha = 1/2$, maka nilai parameter transformasi $\lambda = 1 - 1/2 = 1/2$. Jadual 2.1 memaparkan penggunaan transformasi punca kuasa dua apabila $\sigma_y \propto \mu^{1/2}$ iaitu $y' = y^{1/2}$. Dengan mengambil kuasa dua ke atas sisihan piawai kita memperolehi $\sigma^2{}_y \propto \mu^{2(1/2)}$. Hal ini menunjukkan apabila sisihan piawai sambutan berkadar langsung dengan min sambutan punca kuasa dua, maka varians sambutan berkadar langsung dengan min sambutan. Transformasi punca kuasa dua perlu dilakukan ke atas data yang tertabur secara poisson yang mana variansnya adalah berkadaran dengan min. Ini bermakna, sekiranya Jadual 2.1 memberi sisihan piawai yang berkadar langsung dengan punca kuasa dua min, maka samalah dengan melihat varians yang berkadar langsung dengan min di dalam Jadual 2.2.