
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2009/2010

April 2010

EUM 112 – KAEDAH BERANGKA DAN STATISTIK KEJURUTERAAN

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA BELAS muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi TUJUH soalan

Jawab **LIMA** soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi soalan diberikan disudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris atau kombinasi kedua-duanya.

(Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.)

1. (a) Tentukan punca nyata untuk persamaan $xe^x = 2$ yang berada dalam selang (0.5,1.0) menggunakan kaedah “Regula-Falsi” tepat kepada tiga titik perpuluhan.

Determine the real root of the equation $xe^x = 2$ that lies in the interval (0.5,1.0) using Regula-Falsi method correct to three decimal places.

(25%)

- (b) Diberi $f(x) = e^x$. Dengan menggunakan formula Newton ke hadapan berikut,

Given $f(x) = e^x$. By applying the following Newton’s Forward formula,

$$f'(x) = \frac{1}{h} \left[\Delta f_0 + \frac{2q-1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{3q^2-6q+2}{6} \Delta^3 f_0 + \dots \right]$$

$$f''(x) = \frac{1}{h} \frac{d}{dq} \{f'(x)\}$$

anggarkan $f'(1.22)$ dan $f''(1.22)$. Bina jadual perbezaan untuk nilai pada $x = 1.0(0.1)1.6$ hingga kepada tiga perbezaan. Bandingkan nilai anggaran dengan nilai sebenar.

estimate $f'(1.22)$ and $f''(1.22)$. Construct the difference table for values at $x = 1.0(0.1)1.6$ up to the third difference. Compare the approximated value with the actual value.

(35%)

- (c) Selesaikan sistem persamaan dibawah menggunakan kaedah lelaran Gauss-Seidel sehingga kepada empat lelaran, mulakan dengan penyelesaian awal (0,0,0).

Solve the following system of equations by Gauss-Seidel iteration method up to the fourth iteration starting with initial solution (0,0,0).

$$\begin{aligned} 10x + 2y + z &= 9 \\ 2x + 20y - 2z &= -44 \\ -2x + 3y + 10z &= 22 \end{aligned}$$

(40%)

2. (a) Tentukan semua nilai untuk $z^3 - i = 0$.

Determine all values of $z^3 - i = 0$.

(20%)

- (b) Dengan menggunakan kaedah Milne Thomson tentukan fungsi analitik dimana bahagian nyata ialah $x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$.

Using Milne Thomson Method determine the analytic function whose real part is

$$x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1.$$

(20%)

(c) Nilaikan:

(i) $\oint_C \frac{4-3z}{z(z-1)(z-2)} dz$ dengan C ialah bulatan $|z| = \frac{3}{2}$.

(ii) $\int_C z^2 dz$ dengan C adalah garis lurus $z=0$ to $z=2+i$.

(iii) $\oint_C \frac{z(\sin 3z)}{(z+4)^3} dz$ dengan C adalah bulatan $|z-2i|=9$.

Evaluate the following:

(i) $\oint_C \frac{4-3z}{z(z-1)(z-2)} dz$ where C is a circle $|z| = \frac{3}{2}$.

(ii) $\int_C z^2 dz$ where C is a straight line segment $z=0$ to $z=2$.

(iii) $\oint_C \frac{z(\sin 3z)}{(z+4)^3} dz$ where C the circle $|z-2i|=9$.

(60%)

3. (a) Suhu pada sebarang titik dalam ruang diberikan oleh $T = xy + yz + zx$. Tentukan terbitan untuk T pada arah vektor $3\bar{i} - 4\bar{k}$ pada titik $(1,1,1)$.

The temperature at any point in space is given by $T = xy + yz + zx$. Determine the derivative of T in the direction of the vector $3\bar{i} - 4\bar{k}$ at the point $(1,1,1)$.

(25%)

- (b) Satu medan vektor \vec{F} diberikan oleh $\vec{F} = (\sin y)i + x(1 + \cos y)j$. Nilai kamiran $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ dengan C ialah laluan bulatan diberikan oleh $x^2 + y^2 = a^2$.

A vector field \vec{F} is given by $\vec{F} = (\sin y)i + x(1 + \cos y)j$. Evaluate the integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where C is the circular path given by $x^2 + y^2 = a^2$.

(35%)

- (c) Nilai kamiran permukaan $\iint_S g \, dS$ dengan $g(x, y, z) = xz + 2x^2 - 3xy$ dan S ialah bahagian permukaan $2x - 3y + z = 6$ yang terletak di atas segiempat unit $R: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

Evaluate the surface integral $\iint_S g \, dS$ where $g(x, y, z) = xz + 2x^2 - 3xy$ and S is the portion of the plane $2x - 3y + z = 6$ that lies over the unit square $R: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

(40%)

4. (a) Dalam ujian semburan yang di lakukan pada sepanjang hari, cermin sesuatu kereta dibahagikan kepada 320 keping, dan didapati 295 hentaman terjadi akibat pantulan oleh beberapa bahan yang kena pantul apabila dilanggar oleh kereta lain. Dengan menganggarkan taburan Poisson, tentukan kebarangkalian bahawa
- (i) ada bahagian yang dihentam sebanyak tiga kali.
 - (ii) ada bahagian yang dihentam sebanyak dua hingga lima kali termasuk kali kedua dan kelima.

In a splatter test conducted over a full day, a car windscreen is subdivided into 320 pieces, and it is found that 295 were hit by some material kicked up from the road by other cars. Assuming a Poisson distribution, determine

- (i) the probability that some piece is hit three times.*
- (ii) the probability that some piece is hit from two to five times inclusively.*

(30%)

- (b) Seorang pengilang mendakwa bahawa suatu lampu halogen baru yang dihasilkan oleh mereka mempunyai masa hayat sekurang-kurangnya 3000 jam jika digunakan berterusan. Satu sampel rawak 100 lampu halogen telah diperolehi dan min masa hayat bagi lampu halogen itu ialah 2800 jam dengan sisihan piawai 300 jam. Binakan selang keyakinan 95% bagi min sebenar jangka hayat lampu halogen.

A manufacturer claims that a new halogen lamp that is produced by them has a lifetime of at least 3000 hours of continuous use. A random sample of 100 halogen lamps was obtained and the mean lifetime of the halogen lamps was 2800 hours with standard deviation of 300 hours. Construct a 95% confidence interval for the true mean lifetime of the halogen lamps.

(30%)

- (c) Masa pemrosesan (dalam mikrosaat) bagi suatu komputer untuk menghitung suatu algoritma adalah seperti diberikan di Jadual 1:

The processing time (in microseconds) of a computer to calculate an algorithm is as given in Table 1:

Jadual 1

Table 1

44.23	39.74	32.78	43.79	38.87	47.47	41.68	36.23	31.68	48.16
37.39	36.79	38.38	38.74	33.53	35.84	36.58	34.99	37.38	40.01

Bolehkah anda simpulkan bahawa min masa pemrosesan bagi komputer tidak sama dengan 35 mikrosaat? Gunakan $\alpha = 0.10$.

Can you say that the mean processing time of the computer is not equal to 35 microseconds? Use $\alpha = 0.10$.

(40%)

5. (a) Suatu telaga yang mengepam sebanyak 250 gelen seminit mempunyai pam pemerhatian pada jarak 15, 42, 128, 317 and 433 kaki yang berada sepanjang garis linear daripada telaga itu. Selepas 3 jam mengepam, susutan aras dalam lima telaga itu diperolehi masing-masingnya sebanyak 14.6, 10.7, 4.8, 1.7, and 0.3 kaki. Dengan menggunakan rumus interpolasi Lagrange, dapatkan anggaran susutan aras pada jarak 25 kaki.

A well pumping at 250 gallons per minute has observation wells located at 15, 42, 128, 317 and 433 feet away along a straight line from the well. After 3 hours of pumping, the following drawdowns in the five wells were observed: 14.6, 10.7, 4.8, 1.7, and 0.3 feet, respectively. Using the Lagrange interpolation formula, find the estimate for the drawdown at a distance of 25 feet.

...8/-

Data berikut di beri pada Jadual 2:

The following data are given in Table 2:

Jadual 2

Table 2

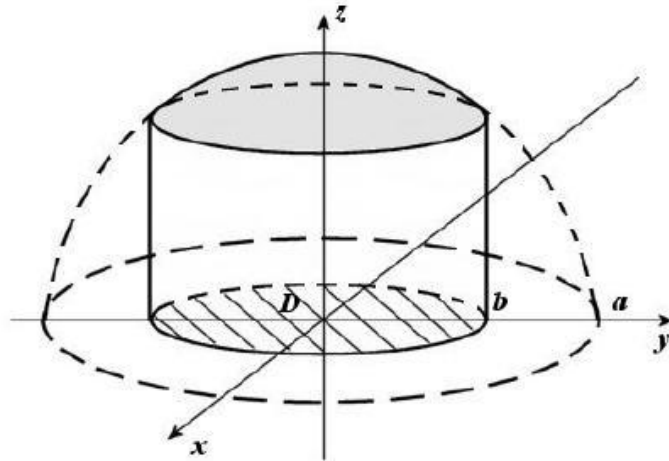
x	15	42	128	317	433
y	14.6	10.7	4.8	1.7	0.3

(30%)

(b) Diberi $\vec{V} = V_1\vec{i} + V_2\vec{j} + V_3\vec{k}$, tunjukkan bahawa $\text{div}(\text{curl}\vec{V}) = 0$.

Given $\vec{V} = V_1\vec{i} + V_2\vec{j} + V_3\vec{k}$, show that $\text{div}(\text{curl}\vec{V}) = 0$.

(30%)



Rajah 1

Figure 1

- (c) Dengan menggunakan Rajah 1 sebagai panduan, dapatkan luas permukaan bahagian $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ yang di atas permukaan xy terletak di dalam silinder $x^2 + y^2 = b^2, 0 < b < a$.

Using Figure 1 as a guideline, find the surface area of that portion of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ that is above the xy plane and within the cylinder $x^2 + y^2 = b^2, 0 < b < a$.

(40%)

6. (a) Tunjukkan bahawa fungsi $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy$ adalah harmonik.

Show that the function $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy$ is harmonic.

(20%)

- (b) Tentukan kutub dan darjah kutub tersebut dan seterusnya baki pada setiap kutub untuk fungsi berikut.

Determine the poles and order of the pole and hence the residue at each pole of the following function

(i) $f(z) = \frac{1}{(z^2)(z-3)^2}$.

(ii) $f(z) = \frac{z^2}{(z-1)^2(z+2)}$.

(30%)

- (c) Hasil bagi suatu proses kimia (dalam peratusan) dihipotesiskan sebagai mempunyai hubungan linear dengan jumlah pemangkin (dalam gram). Katakan Y menandakan hasil bagi proses kimia dan X sebagai amaun pemangkin. Data diberikan pada Jadual 3 berikut.

The yield of a chemical process (in percentage) is hypothesized to be linearly related with the amount of catalyst (in grams). Let Y denote the yield of the chemical process and X be the amount of catalyst. The data is given in Table 3

Jadual 3

Table 3

X	0.9	1.4	1.6	1.7	1.8	2.0	2.1
Y	60.54	63.86	63.76	60.15	66.66	71.66	70.81

- (i) Suaikan suatu model regresi linear mudah.

Fit a simple linear regression model.

- (ii) Apakah hasil bagi proses kimia apabila jumlah pemangkin ialah 1.0 gram?

What is the yield of the chemical process when the amount of catalyst used is 1.0 grams?

(50%)

7. (a) Dianggarkan kebarangkalian bahawa letupan di tapak pembinaan mungkin terjadi disebabkan oleh (a) elektrik statik (b) alatan tidak berfungsi (c) kecuaiian (d) sabotaj adalah 0.25, 0.20, 0.40 dan 0.75 masing - masing. Ia juga di anggarkan bahawa kemungkinan kebarangkalian dari keempat punca letupan adalah (a) 0.2 (b) 0.40 (c) 0.25 (d) 0.15. Dengan menggunakan teorem Bayes, dapatkan punca berkemungkinan yang menyebabkan letupan.

It is estimated that the probability that an explosion at a construction site could have occurred as a result of (a) static electricity (b) malfunctioning of equipment (c) carelessness or (d) sabotage are 0.25, 0.20, 0.40 and 0.75 respectively. It is also judged that the prior probabilities of the four causes of the explosion are (a) 0.2 (b) 0.40 (c) 0.25 (d) 0.15. Using Bayes' theorem, find the most likely cause of the explosion.

(25%)

- (b) Halaju $V(t)$ (diukur dalam m/s) untuk sebuah kereta pada masa t saat diberikan oleh Jadual 4 di bawah. Gunakan Hukum Simpson's 1/3 untuk menganggarkan jarak yang dilalui dalam masa lapan saat.

The speed $V(t)$ (measured in m/s) of a vehicle at time t second is given by the table below. Use Simpson's 1/3 rule to estimate the distance travelled over the eight seconds.

Jadual 4

Table 4

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$V(t)$	0	0.63	2.52	5.41	9.02	13.11	16.72	18.75	20.15

(25%)

- (c) Gunakan Kaedah Runge – Kutta darjah keempat untuk mengira anggaran nilai y bila $x = 0.2$ untuk masalah nilai awal $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ dan diberikan $y = 1$ bila $x = 0$ tepat kepada empat titik perpuluhan. Gunakan selang 0.1.

Using the fourth-order Runge-Kutta method, compute an estimate of y when $x = 0.2$ for the initial value problem $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ and given that $y = 1$ when $x = 0$ correct to four decimal places. Use a step size of 0.1.

(50%)

ooooOoooo