

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1992/93

Oktober/November 1992

ZSC 310/3 - Kaedah Matematik III

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Katakan sesuatu sistem fizik elektron dan positron bersalingtindak melalui daya Coulomb sahaja. Tuliskan persamaan Schrödinger untuk memperihalkan gerakan elektron ini dan pisahkan persamaan itu di dalam sebutan koordinat sferaan. Bincangkan persamaan yang terhasil dan juga penyelesaian yang sewajar. (100/100)
2. Getaran bebas bagi sesuatu kompaing berbulat yang berjejari r_0 mematuhi persamaan

$$\frac{1}{c^2} U_{tt} = U_{rr} + \frac{1}{r} U_r + \frac{1}{r^2} U_{\theta\theta}$$

di mana koordinat kutub satahan telah digunakan dan $U \equiv U(r, \theta, t)$ ialah sesaran kulit kompaing. Kalau kompaing diketuk di titik pusat pada $t = 0$, $U(r, \theta, 0)$ dan $U_t(r, \theta, 0)$ tidak bersandar pada θ ; demikian pula bagi $U(r, \theta, t)$ dan $U_t(r, \theta, t)$. Tunjukkan bahawa persamaan jejarian ialah persamaan Bessel yang bertertib sifar dan dapatkan penyelesaian persamaan gelombang kompaing tertakluk kepada syarat sempadan $U(r_0, t) = 0$ dan syarat awal $U(r, 0) = g(r)$ dan $U_t(r, 0) = f(r)$.

(100/100)

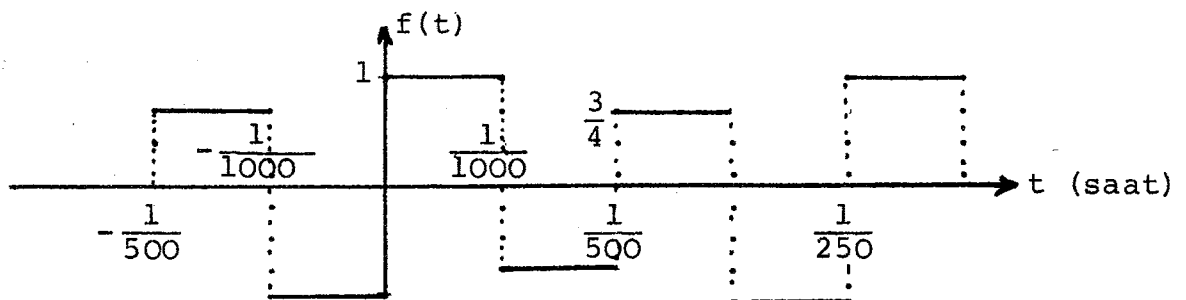
...2/-

3. (a) Terangkan tanpa penghitungan perbezaan di antara siri Fourier bagi $f(x) = x^2$ di dalam julat $[-\pi, \pi]$ dan $f(x) = x^2$ di dalam julat $[0, 2\pi]$. Dapatkan juga siri Fourier bagi $f(x) = x^2$ di dalam julat $[0, 2\pi]$ dan tunjukkan pula

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad \text{dan} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$$

(70/100)

- (b) Kembangkan gelombang seperti yang berikut di dalam siri Fourier.



Ambil perhatian bahawa kala bagi gelombang ialah $\frac{1}{250}$ s.

Kalau $f(t)$ merupakan tekanan udara apabila sesuatu gelombang bunyi merambat, sebutkan sebutan atau komponen Fourier yang paling mustahak sekali.

(30/100)

4. (a) (i) Dapatkan transform Laplace bagi $f(t) = \cos nt$

(ii) Jikalau transform Laplace $L\{g(t)\} = G(s)$

tunjukkan bahawa $L\{e^{\alpha t} g(t)\} = G(s-\alpha)$

(20/100)

- (b) Gunakan transform Laplace untuk menyelesaikan sistem persamaan

$$y' - 2y + z = 0$$

$$z' - y - 2z = 0$$

yang bersyarat awal $y(0) = z$ dan $z(0) = 0$.

(40/100)

...3/-

- (c) Bincangkan kaedah transform Laplace untuk menyelesaikan masalah osilator harmonik lemati yang mematuhi persamaan

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (40/100)$$

5. (a) Tunjukkan bahawa polinomial Legendre mematuhi perhubungan keortogonalan

$$\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{nm} \quad (40/100)$$

- (b) Dengan menggunakan formula Rodrigues tunjukkan

$$\int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx = \frac{(-1)^n}{2^n n!} \int_{-1}^1 f^{(n)}(x) (x^2-1)^n dx$$

dan oleh yang demikian tunjukkan pula

$$\int_{-1}^1 x^m P_n(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{jika } m < n \\ \frac{2^{n+1} (n!)^2}{(2n+1)!} & \text{jika } m = n \end{cases} \quad (40/100)$$

- (c) Kembangkan sebagai siri Legendre fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 < x < 1 \\ 0; & -1 < x < 0 \end{cases}$$

(Dapatkan tiga sebutan yang pertama sahaja)

(20/100)

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1991/92

Oktober/November 1991

ZSC 312/2 - Ilmu Mekanik Statistik

Masa : [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Jawab KESEMUA EMPAT soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Pertimbang suatu permainan yang dimainkan dengan mencampak 6 biji dadu. Carikan kebarangkalian nombor 6 sentiasa ada pada bahagian atas
- (i) pada satu dadu sahaja
 - (ii) sekurang-kurangnya pada satu dadu
 - (iii) pada dua dadu sahaja.

(30/100)

- (b) Tunjukkan bahawa S entropi getaran bagi suatu pepejal Einstein ialah

$$S = 3Nk \left[\frac{x}{e^x - 1} - \ln(1 - e^{-x}) \right]$$

$$x = \frac{h\nu}{kT}$$

Seterusnya dapatkan ungkapan untuk entropi pada suhu rendah.

(70/100)

2. Suatu sistem yang mengandungi N ion magnet dengan spin $\frac{1}{2}$ berada di dalam medan magnet luar B pada suhu T.

Carikan untuk sistem tersebut

- (a) tenaga bebas Helmholtz

...2/-

- (b) entropi
- (c) tenaga dalam
- (d) haba tentu
- (e) momen magnet total.

(100/100)

3. (a) Dapatkan entropi bagi gas unggul (persamaan Sakur-Tetrode) diketahui fungsi pemetaan

$$z = V \left(\frac{2\pi mkT}{h^3} \right)^{3/2}$$

Tunjukkan bahawa untuk sistem gas unggul tersebut $C_v = \frac{3}{2}R$ dan tekanan $P = \frac{NkT}{V}$.

(40/100)

- (b) Lapan zarah yang boleh dibezakan ditaburkan kepada dua paras tenaga. Paras atas mempunyai tiga lipatan degenerat dan juga mempunyai tenaga 3×10^{-3} eV lebih dari paras di bawah yang tak degenerat dan bertenaga sifar.

- (i) Hitungkan entropi dan tenaga dalam bagi sistem tersebut jikalau sistem ini mempunyai 3 zarah pada paras yang bertenaga tinggi.
- (ii) Juga tentukan suhu T sistem tersebut pada keadaan ini.

(60/100)

4. (a) Tunjukkan bahawa pada 0 K fungsi taburan Fermi-Dirac, f , bermaksud paras-paras tenaga diisikan dengan penuh apabila kurang daripada ϵ_F (paras Fermi) dan paras-paras tenaga kosong apabila lebih daripada ϵ_F .

Tunjukkan bahawa $-\frac{\partial f}{\partial \epsilon}$ pada paras Fermi ($\epsilon = \epsilon_F$) mempunyai nilai $(4kT)^{-1}$.

(50/100)

...3/-

(b) Taburan Bose-Einstein diberi dengan persamaan

$$N_i = \frac{g_i}{e^{-\alpha + \epsilon_i/kT} - 1}$$

Terbitkan hukum penyinaran Planck.

(50/100)

- oooOooo -

