UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1992/93

Oktober/November 1992

ZSC 310/3 - Kaedah Matematik III

Masa : (3 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. Katakan sesuatu sistem fizik elektron dan positron bersalingtindak melalui daya Coulomb sahaja. Tuliskan persamaan Schrödinger untuk memperihalkan gerakan elektron ini dan pisahkan persamaan itu di dalam sebutan koordinat sferaan. Bincangkan persamaan yang terhasil dan juga penyelesaian yang sewajar.

(100/100)

2. Getaran bebas bagi sesuatu kompang berbulat yang berjejari r_o mematuhi persamaan

$$\frac{1}{c^2} U_{tt} = U_{rr} + \frac{1}{r} U_r + \frac{1}{r^2} U_{\theta\theta}$$

di mana koordinat kutub satahan telah digunakan dan $U \equiv U(r,\theta,t)$ ialah sesaran kulit kompang. Kalau kompang diketuk di titik pusat pada $t = 0$, $U(r,\theta,0)$ dan $U_t(r,\theta,0)$ tidak bersandar pada θ; demikian pula bagi $U(r,\theta,t)$ dan $U_t(r,\theta,t)$. Tunjukkan bahawa persamaan jejarian ialah persamaan Bessel yang bertertib sifar dan dapatkan penyelesaian persamaan gelombang kompang tertakluk kepada syarat sempadan $U(r_o,t) = 0$ dan syarat awal $U(r,0) = g(r)$ dan $U_t(r,0) = f(r)$.

(100/100)

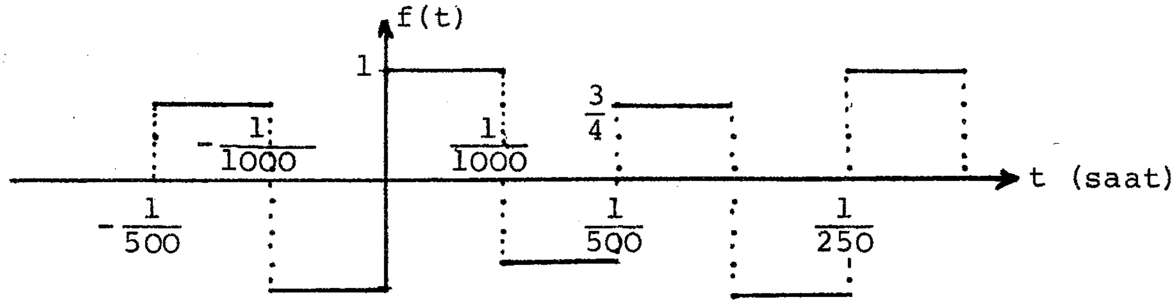
...2/-

3. (a) Terangkan tanpa penghitungan perbezaan di antara siri Fourier bagi $f(x) = x^2$ di dalam julat $[-\pi,\pi]$ dan $f(x) = x^2$ di dalam julat $[0,2\pi]$. Dapatkan juga siri Fourier bagi $f(x) = x^2$ di dalam julat $[0,2\pi]$ dan tunjukkan pula

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad \text{dan} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$$

(70/100)

(b) Kembangkan gelombang seperti yang berikut di dalam siri Fourier.



Ambil perhatian bahawa kala bagi gelombang ialah $\frac{1}{250}$ s.

Kalau f(t) merupakan tekanan udara apabila sesuatu gelombang bunyi merambat, sebutkan sebutan atau komponen Fourier yang paling mustahak sekali.

(30/100)

4. (a) (i) Dapatkan transform Laplace bagi $f(t) = \cos nt$

(ii) Jikalau transform Laplace $L\{g(t)\} = G(s)$ tunjukkan bahawa $L\{e^{\alpha t}g(t)\} = G(s-\alpha)$

(20/100)

(b) Gunakan transform Laplace untuk menyelesaikan sistem persamaan

$$y' - 2y + z = 0$$
$$z' - y - 2z = 0$$

yang bersyarat awal $y(0) = z$ dan $z(0) = 0$.

(40/100)

...3/-

(c) Bincangkan kaedah transform Laplace untuk menyelesaikan masalah osilator harmonik lemati yang mematuhi persamaan

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$ (40/100)

5.(a) Tunjukkan bahawa polinomial Legendre mematuhi perhubungan keortogonalan

$$\int_{-1}^{1} P_n(x)P_m(x)\,dx = \frac{2}{2n+1}\,\delta_{nm}$$ (40/100)

(b) Dengan menggunakan formula Rodrigues tunjukkan

$$\int_{-1}^{1} f(x)P_n(x)\,dx = \frac{(-1)^n}{2^n n!}\int_{-1}^{1} f^{(n)}(x)(x^2-1)^n\,dx$$

dan oleh yang demikian tunjukkan pula

$$\int_{-1}^{1} x^m P_n(x)\,dx = \begin{cases} 0 \text{ jika } m < n \\ \dfrac{2^{n+1}(n!)^2}{(2n+1)!} \end{cases}$$ (40/100)

(c) Kembangkan sebagai siri Legendre fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 1; & 0 < x < 1 \\ 0; & -1 \; x < 0 \end{cases}$$

(Dapatkan tiga sebutan yang pertama sahaja) (20/100)

- oooOOooo -