

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

PEPERIKSAAN SEMESTER KEDUA
SIDANG AKADEMIK 1993/94

APRIL 1994

MST 565 - Model Linear

Masa : 3 Jam

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Biarkan:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Adakah pangkat \underline{X} penuh? Adakah \underline{X} tak singular?

- (b) Pertimbangkan matriks pepenjuru idempoten 4×4 \underline{A} pangkat 2. Berapa banyak jalur adalah tak sifar untuk matriks \underline{A} ? Berilah sebuah contoh matriks yang mempunyai sifat seperti sifat matriks \underline{A} . Adakah contoh ini unik? Iaitu, adakah contoh anda hanya satu yang mungkin?

(c) Pertimbangkan matriks

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Tunjukkan bahawa \underline{A} adalah tentu positif. Lengkapkan ini dengan menunjukkan bahawa jika $y_1 \leq y_2 \leq 0$, maka $2y_1^2 + 2y_2^2 - 2y_1y_2 \geq 0$.

- (d) Biarkan y_1 , y_2 dan y_3 menjadi pembolehubah-pembolehubah rawak tak bersandar yang tertabur normal dengan varians sepunya 1 dan min-min 0, 1 dan 5, masing-masing. Tunjukkan bahawa $\underline{y}'\underline{y}$ mengikut taburan khi kuasa dua tak memusat dan carilah nilai-nilai berangka untuk k dan λ .

- (e) Biarkan \underline{y} menjadi vektor rawak $n \times 1$ yang tertabur normal dengan min $\underline{\mu}$ dan varians $\sigma^2 I$, di mana $\sigma^2 > 0$. Biarkan A menjadi suatu matriks simetri $n \times n$. Maka $(1/\sigma^2) \underline{y}' A \underline{y}$ mengikut taburan khi kuasa dua tak memusat dengan k darjah kebebasan dan $\lambda = (1/2 \sigma^2) \underline{\mu}' A \underline{\mu}$ jika dan hanya jika A adalah idempoten pangkat k . Buktikan korolari ini.

(Petua: Biarkan $\underline{z} = (1/\sigma) \underline{y}$. Carilah taburan \underline{z} dan taburan $\underline{z}' A \underline{z}$.

Tunjukkan bahawa $\underline{z}' A \underline{z} = (1/\sigma^2) \underline{y}' A \underline{y}$; dari sini lengkapkan bukti anda.)

2. Katakan kita ingin membentuk model untuk amaun minyak diesel (y) yang digunakan oleh lori-lori sebagai suatu fungsi masa (x) sahaja semasa motor mereka sedang berjalan. Jika $x = 0$, motor tidak akan berjalan langsung; maka, $y = 0$, iaitu, tiada minyak digunakan. Model regresi linear ringkas dipertimbangkan.
- Tulislah model ini.
 - Apakah matriks X untuk model ini?
 - Carilah $X'X$, $(X'X)^{-1}$, dan $X'y$
 - Carilah penganggar kuasa dua terkecil untuk β_1 . Bandingkan penganggar model ini dengan penganggar model regresi linear ringkas yang biasa.
 - Carilah suatu ungkapan untuk s^2 berdasarkan pada sebuah sampel bersaiz n .
 - Carilah sebuah penganggar untuk $\text{var } b_1$.

- (g) Pertimbangkan data yang berikut:

Amaun minyak dalam gelen (y)	Masa motor berjalan dalam jam (x)
3	0.6
5	2.0
7	2.1
9	2.0
10	2.4

Gunakan data ini untuk menganggar β_1 , σ^2 , dan $\text{var } b_1$.

- (h) Carilah bentuk am untuk selang keyakinan 100 (1- α) % bagi β_1 .
Gunakan data di bahagian (g) untuk mencari selang keyakinan 95% bagi β_1 . Tafsirkan hasil ini.

3. Di golongan mamalia keracunan berbagai-bagai dadah, pestisid, dan karsinogen kimia dapat diubah dengan mempengaruhi aktiviti enzim hepar. Sebuah kajian untuk menyiasat proses ini telah dilaporkan dalam "Organophosphate Detoxification Related by Induced Hepatic Microsomal Enzymes in Chickens" oleh M. Ehrich, C. Larson, dan J. Arnold, American Journal of Veterinary Research 45, 1983. Kajian regresi dilaksanakan untuk menentukan pembolehubah-pembolehubah yang berkenaan dengan pendetoksikan malation insektisid. Lima aktiviti enzim digunakan sebagai peregresi. Tandakan peregresi ini oleh x_1 , x_2 , x_3 , x_4 dan x_5 .

- (a) Tulislah ungkapan untuk model penuh.
- (b) Jadual ANOVA untuk data yang diperolehi ditunjukkan dalam Jadual X. Bahagian A dalam Jadual X ialah ANOVA berdasarkan pada hasil tambah kuasa "terbetul". Tafsirkan analisis ini.

Jadual X. ANOVA untuk kajian pendetoksikan

Model: MODEL 1
 Dependent Variable: Y

A

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob >F
Model	5	8618.767	1723.753	31.927	0.0026
Error	4	215.9612	53.9903		
C Total	9	8834.728			
Root MSE		7.347809	R-square	0.9756	
Dep Mean		153.5713	Adj R-sq	0.9450	
C.V.		4.784624			

C

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H ₀ : Parameter=0	Prob > T
INTERCEP	1	54.07869	29.67181	1.823	0.1425
X1	1	0.09681479	0.03418576	2.832*	0.0472
X2	1	0.03416486	0.01612155	2.119	0.1014
X3	1	0.5223269	0.08870192	5.889	0.0042
X4	1	-2.65508	0.3092585	-8.585	0.0010
X5	1	2.558968	0.3749683	6.824	0.0024

B

Variable	DF	Type I SS	Type II SS
INTERCEP	1	235841.4	179.3412
X1	1	1641.579	433.0209
X2	1	2116.087	242.4719
X3	1	423.3618	1872.123
X4	1	1923.211	3979.481
X5	1	2514.527	2514.527

- (c) Tafsirkan hasil di bahagian B dalam Jadual X. Tahkikkan bahawa $\sum_{i=1}^5 R(\beta_i | \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{i-1})$ bersamaan hasil tambah kuasa dua model. Apakah nilai berangka untuk $\underline{y}'\underline{y}$?

- (d) Katakan kita ingin menguji $H_0 : \underline{\gamma}_{-1} = \underline{0}$, di mana

$$\underline{\gamma}_{-1} = \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix}$$

Tahkikkan bahawa hasil tambah kuasa dua yang betul untuk pembilang ialah $R(\beta_3 | \beta_0, \beta_1, \beta_2) + R(\beta_4 | \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) + R(\beta_5 | \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$. Ujilah hipotesis nol ini.

- (e) Katakan kita ingin menguji

$$H_0 : \beta_1 = 0 \text{ lawan } H_1 : \beta_1 \neq 0$$

Carilah nisbah F yang digunakan untuk menguji H_0 (gunakan output SAS dari Jadual X).

- (f) Nilai t yang digunakan untuk menguji H_0 diberi dalam Bahagian C, Jadual X, dan ia ditandakan oleh *. Tunjukkan bahawa $t^2 = F$ seperti yang dijangka.

- (g) Katakan kita ingin menguji

$$H_0 : \beta_4 \geq 0 \text{ lawan } H_1 : \beta_4 < 0.$$

Yang manakah ujian yang sesuai? Tafsirkan keputusan ujian ini.

(Perhatikan bahawa nilai-nilai P yang ditunjukkan adalah dua-hujung).

4. Sebuah eksperimen dilaksanakan untuk membanding keberkesanan dua dadah dalam mengurangkan tekanan darah. Dadah ini dapat dibeli sama ada dalam bentuk pil atau cecair. Jadi, empat rawatan yang mungkin adalah tersedia kepada seorang doktor:

Rawatan 1 : Dadah A dalam bentuk pil
 Rawatan 2 : Dadah B dalam bentuk pil
 Rawatan 3 : Dadah A dalam bentuk cecair
 Rawatan 4 : Dadah B dalam bentuk cecair

Sambutan yang disukatkan ialah peratusan pengurangan dalam tekanan darah 15 minit selepas diberi dadah. Andaikan model pengelasan satu-hala dengan kesan tetap di mana $k = 4$ dan $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 5$ digunakan.

- (a) Carilah matriks \underline{X} untuk model yang dipilih.
- (b) Carilah $\underline{X}'\underline{X}$.
- (c) Carilah songsang bersyarat untuk $\underline{X}'\underline{X}$ berdasarkan kepada minor \underline{M} , di mana

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} n_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_4 \end{pmatrix}$$

- (d) Andaikan bahawa apabila eksperimen dilaksanakan,

$$\sum_{j=1}^5 y_{1j} = 35, \quad \sum_{j=1}^5 y_{2j} = 30, \quad \sum_{j=1}^5 y_{3j} = 51, \quad \text{dan} \quad \sum_{j=1}^5 y_{4j} = 32.$$

Carilah $\underline{X}'\underline{y}$.

- (e) Carilah penyelesaian untuk persamaan-persamaan normal berdasarkan pada songsang bersyarat di Bahagian (c).
- (f) Anggarlah perbezaan dalam sambutan purata menggunakan rawatan-rawatan 1 dan 2.

- (g) Pertimbangan kontras $(\tau_1 + \tau_2) - (\tau_3 + \tau_4)$. Untuk kontras ini, $t' = [0 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1]$. Carilah $(X'X)^c(X'X)$ dan tahkikkan bahawa kontras ini dapat dianggar. Anggarlah kontras ini. Tafsirkan keputusan ini.
- (h) Carilah suatu kontras yang dapat digunakan untuk membanding dadah A dan dadah B. Anggarlah kontras ini. Tafsirkan keputusan ini.
- (i) Carilah selang-selang keyakinan 95% untuk $(\mu_1 - \mu_2)$ dan $(\mu_1 + \mu_2) - (\mu_3 + \mu_4)$.

5.(a) Seorang pakar psikologi industri sedang menyiasat ketidakhadiran (*absenteeism*) di kalangan pekerja kilang. Ia sedang bereksperimen dengan tiga jenis jam kerja:

- (I) 4-hari minggu kerja dengan 10-jam hari
- (II) 5-hari minggu kerja dengan 8-jam hari yang *'flexitime'*
- (III) 5-hari minggu kerja dengan 8-jam hari yang berstruktur

Data diperolehi untuk purata bilangan hari yang tidak dihadiri oleh seorang pekerja di bawah setiap jenis jam kerja:

I	II	III
$\bar{y}_1 = 9$	$\bar{y}_2 = 6.2$	$\bar{y}_3 = 10.1$
$n_1 = 100$	$n_2 = 85$	$n_3 = 90$
$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 = 50,511$		

Ujilah $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ pada paras $\alpha = 0.05$.

Bentuklah suatu kontras untuk membanding *'flexitime'* dengan gabungan dua jenis jam kerja yang lain.

Bolehkah kita mengatakan bahawa *'flexitime'* mengurangkan ketidakhadiran?

Terangkan ini dengan menguji kontras yang sesuai.

- (b) Sebuah kajian tentang penguraian daun dilaksanakan. Dua puluh empat bungkus daun disediakan dan ditetapkan secara rawak kepada empat persekitaran yang berlainan (ENV) untuk tempoh pendedahan 1 bulan, 2 bulan dan 3 bulan (TIME). Kajian itu menghasilkan data-data dengan sambutannya diberi oleh kehilangan berat untuk bungkus daun dalam gram. Perisian berstatistik SAS digunakan untuk analisis ini. Outputnya ditunjukkan di Jadual Y.

Jadual Y. Rekabentuk dua faktor dengan saling tindak

Two-Factor Design With Interaction				
Analysis of Variance Procedur				
Dependent variable: grams				
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value
Model	11	2.49621250	0.22692841	13.31
Error	12	0.20455000	0.01704583	PR > F
Corrected Total	23	2.70076250		0.0001
R-Square	C.V.	Root MSE	Grams Mean	
0.924262	9.0903	0.13055969	1.43625000	
Source	DF	ANOVA SS	F Value	PR > F
TIME	2	2.13667500	62.67	0.0001
ENV	3	0.07817917	1.53	0.2576
TIME*ENV	6	0.28135833	2.75	0.0641

Tafsirkan analisis ini.