

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MSS 401 - Analisis Kompleks

Masa: [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1.(a) Selesaikan setiap persamaan berikut dengan meninggalkan jawapan dalam bentuk Cartesan.

(i)  $z^2 = -3 - 4i$

(ii)  $e^z = \sqrt{3} - i$

(iii)  $\sin z = 3$

(b) Tunjukkan vektor  $z$  adalah serenjang dengan vektor  $w$  jika dan hanya jika  $\text{Ny}(z/w) = 0$ ,  $w \neq 0$ .

(c) Tunjukkan

$$\sum_{k=0}^n z^k = 1 + z + z^2 + \dots + z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}, \quad z \neq 1.$$

Seterusnya tunjukkan

$$\sum_{k=0}^n \cos(k\theta) = \frac{1}{2} + \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\theta}{2 \sin \frac{1}{2}\theta}, \quad 0 < \theta < 2\pi$$

dan untuk suatu nombor kompleks  $a$ , hasil tambah semua punca ke- $n$  nombor  $a$  ialah sifar, iaitu

$$\sum_{k=1}^n \beta_k = 0$$

dengan  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  sebagai semua punca persamaan  $z^n = a$ .

(100 markah)

...2/-

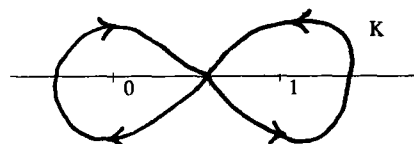
- 2.(a) Jika  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2$ , dapatkan konjugat harmonik  $v$ .
- (b) Tentukan di mana fungsi berikut adalah terbezakan dan analisis. Dapatkan juga terbitannya.
- (i)  $f(z) = f(x + iy) = -2(xy + x) + i(x^2 - 2y - y^2)$
- (ii)  $f(z) = z \operatorname{Kh}(z^2)$
- (c) Jika fungsi  $f$  analisis pada domain  $D$  dan nilai  $f(z)$  ialah nombor khayalan untuk setiap  $z \in D$ , tunjukkan fungsi  $f$  ialah fungsi malar.
- (d) Cari tiga perwakilan siri Laurent bagi fungsi  $f(z) = z / (z + 1)(z - 2)$  dalam kuasa  $z$ .

(100 markah)

- 3.(a) Nilaikan setiap kamiran berikut:

(i)  $\int_B \frac{e^{iz}}{(z-1)^3} dz$  dengan  $B$  sebagai bulatan berarah positif  $|z| = 3$ .

(ii)  $\int_K \frac{e^z}{z(z-1)} dz$  dengan kontur  $K$  seperti yang digambarkan.



(iii)  $\int_K z \cos z dz$  dengan  $K$  sebagai suatu kontur dari  $\pi/2$  ke  $\pi + i$ .

- (b) Dapatkan semua fungsi  $f$  yang analisis pada cakera  $C = \{z : |z| < 2\}$  dan yang memenuhi  $f(0) = i$  serta  $|f(z)| \leq 1, z \in C$ .
- (c) Andaikan fungsi  $f$  adalah seluruh dan

$$|f(z)| \leq A + B|z|^k,$$

dengan  $A, B$ , serta  $k$  sebagai pemalar-pemalar positif. Tunjukkan bahawa  $f$  ialah satu polinomial dengan darjah yang tidak melebihi  $k$ .

(100 markah)

-ooo00ooo-