

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1998/99

Ogos/September 1998

MSS 312/MSS 411 - Aljabar Linear Lanjutan

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, cari A^n .
(100/100)
2. (a) Jika $S = \{(x, y, x+y, x-y, 0) \mid x, y \in R\}$.
Buktikan S ialah subruang bagi R^5 dan cari $\dim_R S$.
(30/100)
- (b) Katakan S, T ialah subruang bagi ruang vektor V dan $S \cap T = \{\bar{0}\}$. Buktikan jika $s \in S, t \in T, s \neq \bar{0}, t \neq \bar{0}$, maka $\{s, t\}$ tak bersandar linear.
(30/100)
- (c) Katakan $S = \{(x, y, z) \mid x = y = z\}$
 $T = \{(x, y, z) \mid x = 0\}$
ialah subruang bagi R^3 . Cari $S + T$.
(40/100)
3. (a) Katakan $T = R^3 \rightarrow P_5(R)$ ialah transformasi linear.
Jika $T(1,1,1) = x^2 + x^4$
 $T(1,1,0) = x + x^3 + x^5$
 $T(1,0,0) = 1$
Cari $T(a,b,c)$.
(30/100)
- (b) Cari satu transformasi linear $T = R^2 \rightarrow R^3$ sedemikian hingga $T(3,4) = (1,0,2)$.
(30/100)
- (c) Katakan $T = R^2 \rightarrow R^3$ ialah transformasi linear $T(x,y) = (x+y, x-y, 0)$. Cari Ker T dan Im T .
(40/100)

...2/-

4. (a) Kalau transformasi linear $T = V \rightarrow V$ menepati syarat $T^n = 0$. Buktikan semua nilai eigen bagi T ialah sifar.

(30/100)

- (b) Katakan $T = R^3 \rightarrow R^3$ ialah satu transformasi linear, buktikan T mempunyai sekurang-kurangnya satu nilai eigen.

(30/100)

(c) Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \end{pmatrix}$

Cari semua nilai eigen bagi A .

(40/100)

5. $V(x, y, z), (a, b, c) \in R^3$, takrifkan $(x, y, z) \cdot (a, b, c) = xa + yb + (x - z)(a - c)$.

- (a) Buktikan " $\cdot$ " ialah hasil darab dalam atas R^3 .

(30/100)

- (b) Cari satu asas ortonormal bagi R^3 .

(30/100)

- (c) Cari polinomial berdarjah dua yang sesuai sekali kepada data berikut dengan cara kuasa dua terkecil.

x	0	1	2	3
y	3	2	4	4

(40/100)

6. Tentukan adakah A dan B serupa.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(30/100)

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(30/100)

(c) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(40/100)

Jelaskan jawapan anda.