

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MSS 311 / MSS 211 - Aljabar Moden

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TUJUH soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- I. (i) Cari integer positif terkecil yang memenuhi persamaan berikut:

$$\begin{aligned}x &\equiv 1 \pmod{3} \\x &\equiv 5 \pmod{7} \\x &\equiv 4 \pmod{11}\end{aligned}$$

(40/100)

- (ii) Cari $(13547, 41732)$ dan tulis jawapan ini dalam bentuk $\alpha(13547) + \beta(41732)$.

(40/100)

- (iii) Wujudkah $\bar{r}$ dalam Z_{13547} supaya $\bar{r} \cdot \overline{41732} = \bar{1}$? Jika ada, cari $\bar{r}$. Jika tidak, beri sebab-sebabnya.

(20/100)

- II. $f: R \rightarrow R$ ditakrifkan sebagai

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} & x > 0 \\ x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

Tunjukkan f adalah satu ke satu dan keseluruhan. Cari f^{-1} .

(100/100)

...2/-

III. (i) Diberi $f \in S_8$,

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 4 & 2 & 1 & 5 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Tulis f dalam bentuk hasil darab kitar yang tak bercantum. Cari $o(f)$.

(30/100)

(ii) Jika $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix}$. Cari $g^{-1} \circ f \circ g$.

(30/100)

(iii) Katakan $n \geq 2$ dan h adalah satu pilihatur ganjil yang tetap. Tunjukkan bahawa jika k adalah pilihatur ganjil, maka $\exists t \in A_n$ supaya $k = h \circ t$.

(40/100)

IV. (i) $(G, *)$ ialah suatu kumpulan dan $K \leq G$. $\forall a, h \in G$, kita takrifkan

$$a H b \text{ jika dan hanya jika } a * b^{-1} \in K$$

Tunjukkan H ialah hubungan kesetaraan dan kelas kesetaraan yang mengandungi x ialah koset Kx .

(40/100)

(ii) Jika $|G| = 300$, adakah wujud subkumpulan H bagi G yang berperingkat 132? Jelaskan jawapan anda.

(20/100)

(iii) Jika $x \in G$ dan $x^n = e$, buktikan $o(x) \mid n$.

(40/100)

V. (i) Jika $H < G$ dan $K < G$, buktikan bahawa $HK \leq G$.

(30/100)

(ii) Jika $H = \{(12)(34), (13)(24), (14)(32), e\}$.

Cari semua koset kanan bagi H dalam S_4 .

(30/100)

...3/-

- (iii) Buktikan bahawa sebarang subkumpulan yang mempunyai indeks dua dalam G ialah suatu subkumpulan normal.

(40/100)

- VI. (i) Cari Sifir Cayley bagi S_3 dan Z_6 .

(50/100)

- (ii) Adakah S_3 dan Z_6 berisomorfisma? Jelaskan jawapan anda.

(50/100)

- VII. Katakan $f: G \rightarrow H$ ialah homomorfisma yang mana G dan H adalah kumpulan. Buktikan bahawa:

- (i) $f(G) = \{f(x) \mid x \in G\}$ ialah subkumpulan bagi H .

(40/100)

- (ii) $\text{Ker } f = \{x \in G \mid f(x) = e\}$ ialah subkumpulan normal bagi G .

(40/100)

- (iii) Jika $x^n = e$, maka $f(x)^n = e$.

(20/100)