

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

**MSS 301- Analisis Kompleks**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA TIGA** soalan. Semua soalan membawa markah yang sama.

...2/-

1. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut dengan meninggalkan jawapan dalam bentuk Cartesan.

(i)  $\cos z = \sqrt{3} i$

(ii)  $z^3 - 27i = 0$

- (b) Tunjukkan bahawa vektor  $z$  adalah seranjang kepada vektor  $w$ ,

$$z \perp w \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z\bar{w}) = 0 \Leftrightarrow |z-w|^2 = |z|^2 + |w|^2.$$

- (c) Bentukkan cabang  $\log(z+3)$  yang analisis pada  $z = -4$  serta bernilai  $5\pi i$  di situ.

- (d) Jika fungsi analisis  $w = f(z)$  memetakan domain  $D$  ke sebahagian suatu garis, tunjukkan bahawa  $f$  merupakan fungsi malar pada  $D$ .

2. (a) Dapatkan konjugat harmonik  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5x + 1$ .

- (b) Cari tiga perwakilan siri Laurent bagi fungsi

$$f(z) = \frac{3z-5}{z^2-z-12}$$

dalam kuasa  $z$ .

- (c) Tunjukkan bahawa

$$|\cos z|^2 + |\sin z|^2 \geq 1,$$

dan kesamaan hanya dapat berlaku apabila  $z$  merupakan nombor nyata.

- (d) Jika  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  adalah analisis pada domain  $D$ , tunjukkan bahawa  $u$  dan  $v$  adalah harmonik pada  $D$ .

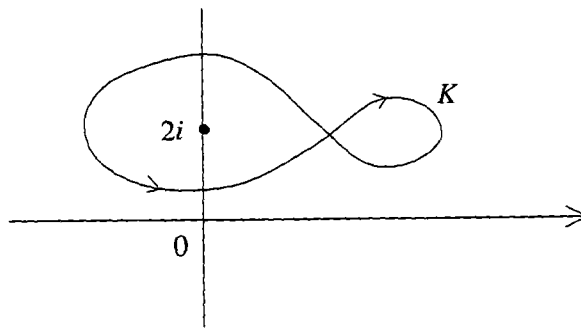
...3/-

- 3 -

3. (a) Nilaiikan setiap kamiran berikut:

(i)  $\int_B \frac{e^{3z}}{(z+2)^3} dz$  dengan  $B$  sebagai bulatan berarah positif  $|z| = 3$ .

(ii)  $\int_K \frac{4i}{(z^2+4)} dz$  dengan kontur  $K$  seperti yang digambarkan:



(b) Untuk setiap fungsi berikut, tentukan titik singular, kelaskan jenis titik singular tersebut, dan jika berkaitan, dapatkan peringkatnya.

(i)  $f(z) = \frac{e^z}{(z-3)^2}$

(ii)  $g(z) = \frac{z^2 - \sin(z^2)}{z^7}$

(c) Jika polinomial  $p(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n$  bersifat  $|p(z)| \leq B$  untuk  $|z| \leq 1$ , tunjukkan bahawa  $|a_k| \leq B$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ .

(d) Cari nilai maksimum  $|z^2 + 2z - 1|$  pada cakera  $|z| \leq 1$ , dan titik-titik  $z$  di mana nilai maksimum tersebut dicapai.

- ooo O ooo -