UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1988/89

<u>ZMC 211/3 - Kaedah Matematik II</u>

Tarikh: 3 November 1988

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengah hari
(3 jam)

Jawab <u>KESEMUA EMPAT</u> soalan.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Buktikan bahawa jika $\underset{\sim}{A}$, $\underset{\sim}{B}$ dan $\underset{\sim}{C}$ itu tak sesatah maka $x\underset{\sim}{A} + y\underset{\sim}{B} + z\underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{0}$ mengimplikasikan bahawa $x = y = z = 0$.

(15/100)

(b) Tunjukkan bahawa set vektor $\underset{\sim}{r}_1$, $\underset{\sim}{r}_2$, $\underset{\sim}{r}_3$ yang diberi oleh $\underset{\sim}{r}_1 = \underset{\sim}{j} - 2\underset{\sim}{k}$, $\underset{\sim}{r}_2 = \underset{\sim}{i} - \underset{\sim}{j} + \underset{\sim}{k}$, $\underset{\sim}{r}_3 = \underset{\sim}{i} + 2\underset{\sim}{j} + \underset{\sim}{k}$ itu tak bersandar secara linear.

(35/100)

(c) Cari vektor unit yang selari dengan vektor paduan daripada vektor $\underset{\sim}{r}_1 = 2\underset{\sim}{i} + 4\underset{\sim}{j} - 5\underset{\sim}{k}$, $\underset{\sim}{r}_2 = \underset{\sim}{i} + 2\underset{\sim}{j} + 3\underset{\sim}{k}$.

(15/100)

(d) Jika $\underset{\sim}{r} = \underset{\sim}{a} \cos \omega t + \underset{\sim}{b} \sin \omega t$, tunjukkan bahawa

$$\underset{\sim}{r} \times \frac{d\underset{\sim}{r}}{dt} = \omega\, \underset{\sim}{a} \times \underset{\sim}{b}$$

dan $$\frac{d^2\underset{\sim}{r}}{dt} = -\,\omega^2\, \underset{\sim}{r}$$

di sini $\underset{\sim}{a}$ dan $\underset{\sim}{b}$ ialah vektor pemalar dan ω juga ialah suatu pemalar.

(35/100)

2. (a) Jika $\underset{\sim}{V} = x^2z\underset{\sim}{i} - 2y^3z^2\underset{\sim}{j} + xy^2z\underset{\sim}{k}$ cari $\nabla.\underset{\sim}{V}$ pada titik $(1,-1,1)$.

(20/100)

(b) Buktikan bahawa $\underset{\sim}{V} = 3y^4z^2\underset{\sim}{i} + 4x^3z^2\underset{\sim}{j} - 3x^2y^2\underset{\sim}{k}$ adalah suatu vektor bersolenoid.

(20/100)

(c) Jika $\underset{\sim}{a} = \alpha x\underset{\sim}{i} + \beta y\underset{\sim}{j} + \gamma z\underset{\sim}{k}$ dan $\underset{\sim}{r} = x\underset{\sim}{i} + y\underset{\sim}{j} + z\underset{\sim}{k}$, tunjukkan bahawa

(i) $\nabla(\underset{\sim}{a}.\underset{\sim}{r}) = 2\underset{\sim}{a}$

(ii) $\nabla \times (\underset{\sim}{A}.\underset{\sim}{r})\underset{\sim}{A} = 0$

Di sini $\underset{\sim}{A} = A_1\underset{\sim}{i} + A_2\underset{\sim}{j} + A_3\underset{\sim}{k}$.

(40/100)

(d) Tunjukkan bahawa $\underset{\sim}{E} = \dfrac{\underset{\sim}{r}}{r^2}$ itu tak berputar, di sini

$$\underset{\sim}{r} = x\underset{\sim}{i} + y\underset{\sim}{j} + z\underset{\sim}{k}$$

(20/100)

3. (a) Cari suatu vektor normal unit $\underset{\sim}{n}$ dengan suatu permukaan yang diwakili oleh

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

(15/100)

(b) Cari $\underset{\sim}{T}$, κ, $\underset{\sim}{N}$, $\underset{\sim}{B}$ dan τ untuk suatu bulatan C berjejari a yang diwakili oleh

$$\underset{\sim}{r}(s) = a\cos(\tfrac{s}{a})\underset{\sim}{i} + a\sin(\tfrac{s}{a})\underset{\sim}{j}$$

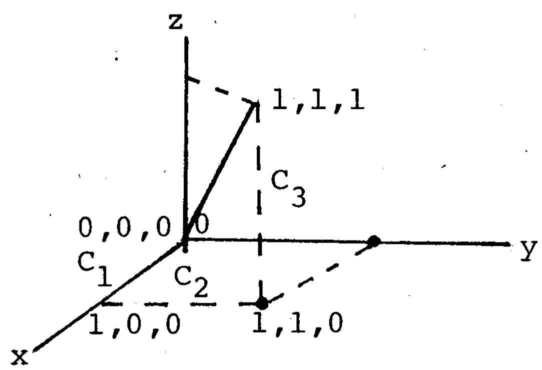
di sini $\underset{\sim}{T}$ ialah vektor tangen unit dengan lengkung C, κ ialah kelengkungan lengkung, $\underset{\sim}{N}$ ialah vektor normal prinsipal unit $\underset{\sim}{B}$ ialah vektor binormal unit dengan lengkung dan τ ialah jejari kilasan. Apakah maksud yang didapati daripada nilai κ dan τ.

(45/100)

(c) Jika $\underset{\sim}{f} = x^2\underset{\sim}{i} + y\underset{\sim}{j} + xyz\underset{\sim}{k}$, nilaikan $\int_C \underset{\sim}{f}.d\underset{\sim}{r}$ daripada (0,0,0) ke (1,1,1) di sepanjang

(i) suatu garis lurus yang menyambung dua titik tersebut dan

(ii) lintasan C seperti yang ditunjukkan di dalam rajah di bawah yang terdiri daripada tiga tembereng garisan C_1, C_2 dan C_3 yang menyambung dua titik ini melalui (1,0,0) dan (1,1,0).



(40/100)

4. Di dalam sistem melengkung linear berortogon u,v,w vektor asas ialah $\underset{\sim}{e}_u$, $\underset{\sim}{e}_v$, $\underset{\sim}{e}_w$ dan faktor skala ialah h_u, h_v, h_w.

(a) Jika $\underset{\sim}{r} = \underset{\sim}{r}(u,v,w)$ vektor kedudukan di dalam sistem ini tentukan $d\underset{\sim}{r}$, ds^2 dan dv dengan sebutan vektor unit dan faktor skala di atas. ds^2 ialah kuasadua unsur garis dan dv ialah unsur isipadu.

(30/100)

(b) Di dalam sistem koordinat silinderan $u = \rho$, $v = \phi$, $w = z$. Tentukan faktor skala h_ρ, h_ϕ, h_z dan vektor unit asas $\underset{\sim}{e}_\rho$, $\underset{\sim}{e}_\phi$, $\underset{\sim}{e}_z$ untuk sistem koordinat silinderan yang diberi oleh transformasi

$$x = \rho \cos \phi, \; y = \rho \sin \phi, \; z = z$$

di sini x, y, z ialah di dalam koordinat segiempat tepat.

(35/100)

(c) Buktikan bahawa sistem koordinat silinder itu berortogon.

(25/100)

(d) Jika di dalam sistem koordinat silinderan ini vektor $\underset{\sim}{f} = f_\rho \underset{\sim}{e}_\rho + f_\phi \underset{\sim}{e}_\phi + f_z \underset{\sim}{e}_z$, nilaikan

$$\nabla \times \underset{\sim}{f} = \frac{1}{h_\rho h_\phi h_z} \begin{vmatrix} h_\rho \underset{\sim}{e}_\rho & h_\phi \underset{\sim}{e}_\phi & h_z \underset{\sim}{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ h_\rho f_\rho & h_\phi f_\phi & h_z f_z \end{vmatrix}$$

(10/100)

- ooo0ooo -