

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

PEPERIKSAAN SEMESTER KEDUA  
SIDANG AKADEMIK 1993/94

APRIL 1994

MSG 465 - Analisis Siri Masa

Masa: 3 Jam

---

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Pertimbangkan dua proses PB(1) berikut:

$$X_t = Z_t - 0.4 Z_{t-1}$$

$$X_t = Z_t - 2.5 Z_{t-1}$$

- (i) Tunjukkan bahawa kedua-dua proses ini mempunyai fungsi autokorelasi yang sama.
- (ii) Di antara kedua-dua proses ini, yang mana satu dikatakan boleh songsang?
- (iii) Nyatakan pula alasan proses PB(2) berikut dikatakan boleh songsang.

$$X_t = Z_t - 0.1 Z_{t-1} + 0.21 Z_{t-2}$$

Dapatkan fungsi autokorelasinya.

(50/100)

(b) Suatu siri masa  $Y_t$  diberikan oleh

$$Y_t = a + bt + X_t ,$$

di mana  $a$  dan  $b$  merupakan pemalar dan  $X_t$  pula merupakan proses pegun yang mempunyai fungsi autokovarians  $\gamma_x(k)$ .

- (i) Tunjukkan bahawa  $Y_t$  ini bukan suatu siri masa pegun.
- (ii) Apakah yang harus dilakukan untuk mengeluarkan trend dalam siri masa  $Y_t$  ini supaya satu proses pegun diperolehi? Seterusnya, dapatkan min dan fungsi autokovarians dalam sebutan  $\gamma_k(k)$ , bagi proses yang diperolehi.

(50/100)

2. (a) Pertimbangkan fungsi autokorelasi sampel dan fungsi autokorelasi separa sampel berikut:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\hat{\rho}_k$	-0.70	0.62	-0.48	0.41	-0.37	0.32	-0.30	0.27	-0.25	0.20
Ralat	0.06	0.09	0.11	0.11	0.12	0.12	0.13	0.13	0.13	0.13
$\hat{\rho}_{kk}$	-0.70	0.26	0.05	0.03	0.08	0.00	-0.04	0.03	-0.01	-0.05
Ralat	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06

- (i) Berdasarkan kepada maklumat di atas, apakah proses yang menjanakan data siri masa tersebut? Nyatakan alasan yang digunakan.
- (ii) Selepas peringkat pencaman di bahagian (a), nyatakan langkah-langkah seterusnya yang harus diambil dalam proses pembinaan model mengikut kaedah Box-Jenkins.

(70/100)

- (b) Bagi proses ARPB (1,1) yang diberikan oleh

$$X_t = \alpha X_{t-1} + Z_t + \beta Z_{t-1}$$

dengan  $Z_t$  merupakan proses rawak yang mempunyai taburan  $N(0, 1)$ , tunjukkan bahawa

$$\text{var}(X_t) = \frac{1 + 2\alpha\beta + \beta^2}{1 - \alpha^2}$$

(30/100)

3. (a) Pertimbangkan proses ARPB (2,1) yang diberikan oleh

$$X_t - X_{t-1} + 0.3 X_{t-2} = Z_t + 0.4 Z_{t-1},$$

$$Z_t \sim N(0, 256)$$

- (i) Tuliskan model ini dalam sebutan operasi anjak belakang. Seterusnya, dapatkan perwakilan purata bergerak bagi model ini.
- (ii) Jika diberikan  $X_{t-5} = 34$ ,  $X_{t-4} = 36$ ,  $X_{t-3} = 1$ ,  
 $X_{t-2} = 1$ ,  $X_{t-1} = -16$ ,  $X_t = -35$ , dan dianggap  $Z_{t-4} = 0$ ,  
dapatkan  $\hat{X}_t(\ell)$ ,  $\ell = 1, 2, 3, 4$ , dan juga selang keyakinan 90%  
masing-masing.
- (iii) Dapatkan telahan kemaskini bagi  $\hat{X}_t(\ell)$ ,  $\ell = 2, 3, 4$ , jika diberikan  
 $X_{t+1} = -37$ .

(60/100)

(b) Bagi setiap model berikut, dapatkan rumus telahan satu langkah ke hadapan dalam sebutan cerapan-cerapan terdahulu.

- (i) model ARTPB (0, 1, 1) x (0, 1, 1)<sub>12</sub>
- (ii) model ARTPB (2, 1, 0)

(20/100)

(c) Bagi model ARTPB (2, 1, 0) di bahagian (b), dapatkan juga rumus bagi varians ralat telahan dengan  $\ell = 3$ , iaitu  $\text{var}(e_t(3))$

(20/100)

4. (a) Satu siri masa yang terdiri daripada  $N = 176$  cerapan dianalisis dengan menggunakan kaedah Box-Jenkins. Siri masa tersebut telah disuaikan dengan model ARPB (2, 1), ARPB (4, 3), ARPB (1, 0) dan ARPB (2, 0). Keputusannya di peringkat penganggaran diberikan seperti berikut:

Peringkat ARPB				
Parameter	(2, 1)	(4, 3)	(1, 0)	(2, 0)
$\alpha_1$	$1.42 \pm 0.16$	$0.42 \pm 1.00$	$0.81 \pm 0.09$	$1.34 \pm 0.11$
$\alpha_2$	$-0.72 \pm 0.14$	$0.28 \pm 0.75$		
$\alpha_3$		$-0.08 \pm 0.49$		
$\alpha_4$		$-0.33 \pm 0.50$		
$\beta_1$	$0.15 \pm 0.22$	$-0.89 \pm 1.00$		
$\beta_2$		$-0.31 \pm 0.76$		
$\beta_3$		$0.14 \pm 0.23$		
$\mu$	$44.52 \pm 6.58$	$44.84 \pm 6.58$	$42.99 \pm 15.9$	$44.39 \pm 7.31$
Hasiltambah kuasa dua Reja	40879.0	39015.9	71688.6	41311.8
Statistik-F		2.01		1.82

Juga diberikan  $F_{0.95}(4, \infty) = 2.37$  dan  $F_{0.95}(1, \infty) = 3.84$ .

Dapatkan model yang sesuai bagi siri masa ini. Bagi setiap model yang dianggap tidak sesuai, nyatakan alasannya.

(50/100)

- (b) Pertimbangkan model ARPB (2, 1) berikut:

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2) X_t = (1 - \beta B) Z_t$$

Dengan menggunakan persamaan Yule-Walker bagi fungsi autokorelasi model ini, tunjukkan bahawa:

$$\alpha_1 = \frac{\rho_1 \rho_2 - \rho_3}{\rho_1^2 - \rho_2} \quad \text{dan} \quad \alpha_2 = \frac{\rho_1 \rho_3 - \rho_2^2}{\rho_1^2 - \rho_2}$$

Dapatkan pula ungkapan bagi  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  dalam sebutan fungsi autokorelasi bagi suatu proses AR (2),  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + Z_t$ .

(50/100)