UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1993/94

April 1994

MSG 441 - Pengiraan Kejuruteraan II

[Masa: 3 Jam]

Jawab **empat (4)** soalan. (Jawapan berangka sehingga 4 tempat perpuluhan sahaja.)

1. (a) Bincangkan kaedah tembak bagi menyelesaikan persamaan pembezaan biasa peringkat dua dengan syarat sempadan.

(20/100)

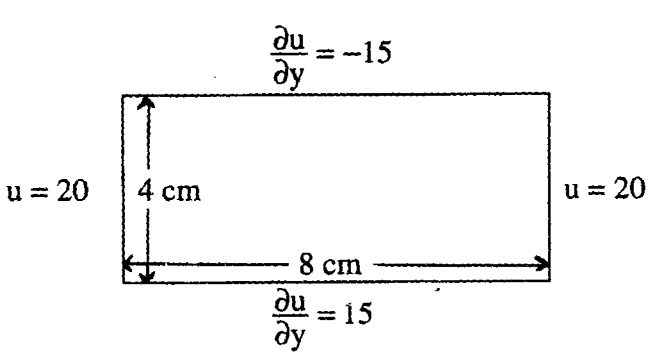
(b) Cari penyelesaian $t^2u'' + 2u + t = 0$, $t \in [2,3]$ dengan syarat sempadan $u(2) = u(3) = 0$, menggunakan (a) di atas. Ambil $h = 0.25$ dan Kaedah Taylor peringkat 4 untuk mengira nilai u.

(30/100)

(c) Jelaskan bagaimana persamaan Poisson dengan syarat sempadan terbitan boleh diselesaikan. Dengan mengambil h = 2cm, cari penyelesaian pada titik-titik grid bagi masalah:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{5}{0.16}$$

pada domain berikut



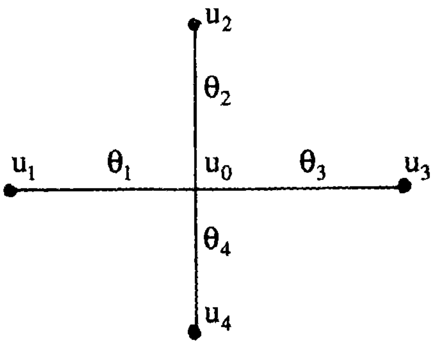
(50/100)

2. (a) · Jelaskan kaedah penurunan Householder dengan menunjukkan unsur bagi matriks tiga pe pepenjuru $B = (b_{ij})_{nxn}$ yang terhasil dari penurunan matriks simetri $A = (a_{ij})_{nxn}$ adalah

$$b_{ij} = a_{ij} - 2w_i\mu_j - 2\mu_i w_j + 4tw_i w_j$$

dengan $\underset{\sim}{W}^T \underset{\sim}{W} = 1$, $\underset{\sim}{\mu} = A\underset{\sim}{W}$ dan $t = \underset{\sim}{W}^T \underset{\sim}{\mu}$.

(b) Pertimbangan molekul pengiraan berikut



Tunjukkan rumus yang dapat digunakan untuk mencari penyelesaian pada u_0 bagi persamaan

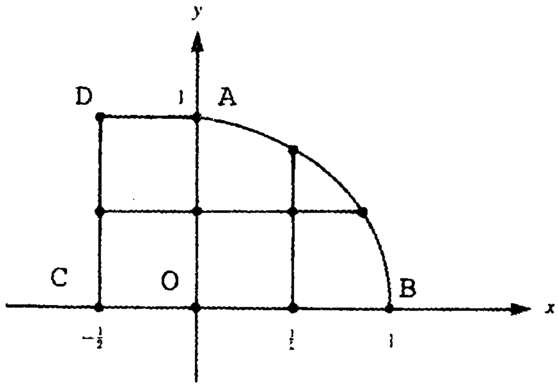
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{adalah}$$

$$\frac{2}{h^2}\left\{\frac{u_1}{\theta_1(\theta_1+\theta_3)} + \frac{u_2}{\theta_2(\theta_2+\theta_4)} + \frac{u_3}{\theta_3(\theta_1+\theta_3)} + \frac{u_4}{\theta_4(\theta_2+\theta_4)} - \left(\frac{1}{\theta_1\theta_3} + \frac{1}{\theta_2\theta_4}\right)u_0\right\} = 0$$

Seterusnya cari nilai $u(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ dan $u(0,\frac{1}{2})$ bagi masalah nilai sempadan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

dan u = x pada sempadan (lihat rajah di bawah)



AB adalah sebahagian bulatan dengan jejari 1 unit. AOCD adalah segiempat tepat.

3. (a) Jelaskan bagaimana memperolehi penyelesaian berangka bagi persamaan gelombang

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \alpha^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \ , \ -\ell_1 < x < \ell_2 \ , \ t > 0 \ , \ \alpha \in R,$$

dengan syarat-syarat

$$y(x,0) = f_1(x) \ , \ -\ell_1 < x < \ell_2 \ ,$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x,0) = f_2(x) \ , \ -\ell_1 < x < \ell_2 \ ,$$

$$y(\ell_1,t) = g_1(t) \ , \ t > 0 \ ,$$

$$y(\ell_2,t) = g_2(t) \ , \ t > 0 \ ,$$

Seterusnya selesaikan masalah di atas pada setiap titik grid sehingga masa t=0.3.

jika $\alpha = 1 \ , \ \ell_1 = 0 \ , \ \ell_2 = 1$
$f_1(x) = 100x^2$,
$f_2(x) = 200x$
$g_1(t) = 100t^2$
$g_2(t) = 100(1+t)^2$

Gunakan $\Delta x = 0.1$ dan $\Delta t = 0.1$.

(60/100)

(b) Dalam menyelesaikan persamaan $y'' = f(x,y,y')$, $y(a) = \alpha$, $y(b) = \beta$, kaedah beza bahagi digunakan jika persamaan itu linear. Jika persamaan di atas tak linear, bolehkah kaedah beza bahagi digunakan? Jika boleh, apakah kesukaran yang akan dihadapi? Cadangkan satu kaedah yang sesuai digunakan bagi persamaan tak linear.

(40/100)

4. (a) Tuliskan persamaan am bagi persamaan beza separa parabolik dengan syarat-syaratnya. Seterusnya jelaskan kaedah tak tersirat dan tersirat dalam menyelesaikan persamaan ini.

(20/100)

(b) Tunjukkan kaedah Crank-Nicolson adalah stabil tanpa syarat dalam menyelesaikan (a) di atas.

(20/100)

(c) Diberi persamaan beza separa

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad , \quad 0 < x < 1$$

dengan syarat awal

$$u = 0 \quad , \quad 0 \le x \le 1 \quad , \quad t = 0$$

dan $\frac{\partial u}{\partial x} = u \quad , \quad x = 0 \quad , \quad t > 0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -u \quad , \quad x = 1 \quad , \quad t > 0$$

Dengan mengambil $\Delta t = 0.0025$ dan $r = \frac{1}{4}$,
dapatkan penyelesaian menggunakan kaedah tak tersirat pada setiap titik grid sehingga masa $t = 0.075$.

Seterusnya dapatkan sistem persamaan jika kaedah Crank-Nicolson digunakan.

(60/100)

5. (a) Jika $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ adalah nilai eigen bagi $Ax = \lambda x$ dengan $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \ldots > |\lambda_n|$, tunjukkan kaedah kuasa akan menumpu kepada nilai eigen terbesar.

(20/100)

(b) Jelaskan langkah-langkah penting dalam mencari nilai eigen menggunakan kaedah kuasa.

(20/100)

(c) Bagaimanakah kadar penumpuan dapat dipercepatkan?

(20/100)

(d) Menggunakan kaedah kuasa sehingga 3 lelaran, dapatkan nilai eigen terbesar bagi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 9 \\ 7 & 4 & 3 \\ 9 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

Seterusnya gunakan kaedah hasilbahagi Rayleigh untuk mempercepatkan penumpuan.

(25/100)

(e) Nyatakan teorem Gershgorin dan buktikan. Anggarkan selang-selang di mana terdapat nilai eigen bagi matriks

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

(25/100)

-oooOOooo-