UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1994/95

Jun 1995

MSG 345 - TEKNIK INTERPOLASI DAN PENGHAMPIRAN UNTUK CAD/CAM

Masa : 3 jam

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Bincangkan mengenai kaedah interpolasi dan penghampiran untuk menjana lengkung dan permukaan.

(20/100)

(b) Bagi n = 0, 1, 2 ... kita takrifkan B-Spline seragam berdarjah n sebagai

$$M_{n+1}(t) = \frac{1}{n!}\sum_{i=0}^{n+1}(-1)^i \binom{n+1}{i}(t-i)_+^n, t \in \mathbb{R}$$

dengan

$$\binom{n+1}{i} = \frac{(n+1)!}{(n+1-i)!i!} \text{ dan } (t-i)_+^n = \begin{cases} (t-i)^n & , \quad t \ge i \\ 0 & , \quad t < i \end{cases}$$

Tuliskan ungkapan untuk $M_3(t)$.
Lakarkan $M_3(t-1)$ dan $M_3(t+1)$.

(25/100)

(c) Kita takrifkan permukaan segitiga kubik Ball sebagai

$$B(u,v,w) = u^2V_{3,0,0} + 2u^2vV_{2,1,0} + 2u^2wV_{2,0,1} + 2uv^2V_{1,2,0}$$
$$+2uw^2V_{1,0,2} + v^2V_{0,3,0} + 2v^2wV_{0,2,1} + 2vw^2V_{0,1,2} + w^2V_{0,0,3} + 6uvwV_{1,1,1}$$

dengan $V_{i,j,k}$ merupakan titik kawalan, dan $u,v,w\,(u+v+w=1)$ adalah koordinat berpusat.

(i) Tuliskan $B(u, v, w)$ dalam bentuk Bezier.

(ii) Terangkan bagaimana algoritma de Casteljau digunakan untuk menjana permukaan di atas.

...2/-

(iii) Jelaskan bagaimana permukaan kubik di atas dapat diturunkan kepada permukaan segitiga kuadratik Ball.

(40/100)

(d) Bincangkan mengenai interpolasi pengekalan corak.

(15/100)

2. (a) Kaedah beza terbahagi mempunyai pertalian

$$[x_i, \ldots, x_{i+n}]f(x) = \frac{[x_{i+1}, \ldots, x_{i+n}]f(x) - [x_i, \ldots, x_{i+n-1}]f(x)}{x_{i+n} - x_i}$$

dan $[x_i]f(x) = f(x_i)$.

Katakan $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$, maka tunjukkan

$$[x_0, x_1]f(x) = a_1 + a_2(x_0 + x_1) + a_3(x_0^2 + x_0 x_1 + x_1^2)$$

(15/100)

(b) Bincangkan perbezaan di antara B-Spline dan β-Spline.

(25/100)

(c) Lengkung Bezier nisbah kubik boleh diungkapkan sebagai

$$r(t) = \frac{\alpha(1-t)^3 A + (1-t)^2 tB + (1-t)t^2 C + \beta t^3 D}{\alpha(1-t)^3 + t(1-t) + \beta t^3}$$

dengan $0 \le t \le 1$, $\alpha, \beta > 0$ dan A, B, C, D merupakan titik kawalan.

(i) Tunjukkan bahawa $r(t)$ terletak di dalam hul cembung A, B, C, D.

(ii) Jika κ adalah kurvatur pada $t = 0$, maka α boleh ditulis sebagai

$$\alpha = \frac{3\kappa|B-A|^3}{2\{(B-A) \times (C-B)\}}$$

Terangkan mengapa A, B, C, D bukan kolinear.

(30/100)

(d) Bincangkan mengenai keselanjaran parameter dan keselanjaran geometrik. Lakarkan rajah untuk mempamerkan perbezaan di antara kedua keselanjaran ini.

(30/100)

3. (a) Bincangkan mengenai

(i) Algoritma subbahagian

(ii) Algoritma pemotongan pepenjuru

(25/100)

(b) Lengkung kuadratik nisbah Bezier diungkapkan sebagai

$$P(t) = \frac{w_0(1-t)^2 V_0 + 2w_1(1-t)tV_1 + w_2 t^2 V_2}{w_0(1-t)^2 + 2w_1(1-t)t + w_2 t^2}$$

dengan $w_0, w_1, w_2 > 0$, $0 \le t \le 1$ dan $V_0, V_1, V_2 \in \mathbb{R}$ merupakan titik kawalan. Katakan $w_0 = w_2 = 1$ dan θ adalah sudut $\sphericalangle\, V_1V_0V_2 = \sphericalangle\, V_0V_2V_1$ Dapatkan nilai w_1 dalam bentuk θ supaya $P(t)$ adalah lengkok suatu bulatan.

(35/100)

(c) Kita takrifkan polinomial Bernstein berdarjah n pada segitiga sebagai

$$B^n_{i,j,k}(u,v,w) = \frac{n!}{i!\,j!\,k!} u^i v^j w^k$$

dengan u, v, w sebagai koordinat berpusat dan $i + j + k = n$. Buktikan

$$B^n_{i,j,k}(u,v,w) = uB^{n-1}_{i-1,j,k}(u,v,w) + vB^{n-1}_{i,j-1,k}(u,v,w) + wB^{n-1}_{i,j,k-1}(u,v,w)$$

(25/100)

(d) Jelaskan kelebihan bentuk nisbah dalam perwakilan lengkung dan permukaan Bezier.

(15/100)

-oooOOooo-