

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

MSG 283/MSG 481 - Pengiraan Kejuruteraan II

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam DUA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Berikan sebab-sebab mengapa masalah nilai sempadan dua titik

$$y'' = y' + 2y + \cos x$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$y(0) = -0.3$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -0.1$$

mempunyai penyelesaian unik.

Dengan menggunakan kaedah beza sehingga dengan 4 sub-selang, selesaikan masalah di atas.

- (b) Terangkan dengan terperinci penggunaan kaedah tembak bagi menyelesaikan masalah nilai sempadan dua titik linear,

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x)$$

$$a \leq x \leq b$$

$$y(a) = \alpha$$

$$y(b) = \beta$$

- (c) Gunakan algoritma Thomas untuk menyelesaikan sistem

$$2x_1 - x_2 = 1$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$-x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

$$-x_3 + 2x_4 = 1$$

(100 markah)

...2/-

2. (a) Guna kaedah FTCS dengan 4 sub-selang untuk menyelesaikan

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

pada $t = 0.1$ dan $t = 0.2$. Guna $\Delta t = 0.1$. Adakah kaedah FTCS akan stabil bagi masalah ini?

- (b) Terbitkan rumus bagi kaedah Crank-Nicolson untuk persamaan haba $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

- (c) Guna kaedah tak tersirat dengan 4 sub-selang untuk menyelesaikan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin \pi x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

pada $t = 0.1$. Guna $\Delta t = 0.1$.

(100 markah)

3. (a) Dengan menggunakan kaedah von Neumann, kaji kestabilan kaedah tak tersirat untuk persamaan gelombang $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

- (b) Tuliskan (tanpa menyelesaikan) sistem persamaan linear yang terhasil jika kaedah beza terhingga (menggunakan hampiran beza pusat) digunakan untuk menyelesaikan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1$$

$$u(0, y) = 0, \quad u(1, y) = \sin \pi y, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$u(x, 0) = u(x, 1) = x(1 - x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\Delta y = \Delta x = \frac{1}{3}.$$

- (c) Berikan sebab-sebab mengapa kaedah lelaran lebih sesuai, berbanding kaedah terus seperti penghapusan Gauss, bagi menyelesaikan sistem linear yang terhasil daripada penggunaan kaedah beza terhingga ke atas persamaan elliptik.

(100 markah)