UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

MSG 284/384 - Geometri Berkomputer

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam TIGA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Kita takrifkan dua vektor $\underline{P}$ dan $\underline{Q}$. Tunjukkan:

   (i) $(\underline{P}-\underline{Q})\cdot(\underline{P}+\underline{Q}) = |\underline{P}|^2 - |\underline{Q}|^2$

   (ii) $(\underline{P}-\underline{Q})\times(\underline{P}+\underline{Q}) = 2(\underline{P}\times\underline{Q})$

   (15/100)

   (b) Tunjukkan titik (0, 1) dan (1, 0) adalah dua titik persilangan antara bulatan berjejari 1 unit yang berpusat di asalan dengan garis $\underline{r}(t) = (t,\ 1-t)$.

   (15/100)

   (c) Terangkan dengan ringkas

   (i) Perwakilan tersirat dan berparameter bagi lengkung dan permukaan.

   (ii) Kenapa kita pilih perwakilan berparameter dalam Rekabentuk Berbantu Komputer?

   (iii) Bagaimana kita memplot permulaan berparameter?

   (35/100)

...2/-

(d) Jelaskan dengan ringkas unjuran ortografik dan perspektif. Tunjukkan unjuran ortografik termudah adalah

$$x_s = x_1 - z_1\left(\frac{x_p}{z_p}\right)$$

$$y_s = y_1 - z_1\left(\frac{y_p}{z_p}\right)$$

dengan (x_s, y_s) adalah koordinat imej pada skrin, (x_1, y_1, z_1) adalah koordinat objek dan (x_p, y_p, z_p) adalah arah unjuran.

(35/100)

2. (a) Misalkan suatu heliks membulat diparameterkan oleh lengkok s sebagai,

$$q(s) = \left(a \cos \frac{s}{\sqrt{a^2+h^2}},\quad a \sin \frac{s}{\sqrt{a^2+h^2}},\quad \frac{bs}{\sqrt{a^2+h^2}}\right).$$

Cari unit tangen vektor T, kelengkungan κ dan kilasan τ bagi heliks di atas.

(30/100)

(b) Kita takrifkan lengkung Bèzier berdarjah n sebagai

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t)\, V_i, \qquad 0 \le t \le 1$$

dengan $B_i^n(t) = \frac{n!}{(n-i)!\, i!}\, t^i\, (1-t)^{n-i}$ adalah polinomial Bernstein dan V_i adalah titik-titik kawalan. Tunjukkan:

(i) $P(t)$ terletak dalam hul cembung V_i

(ii) $B_i^n(t) = (1-t)B_i^{n-1}(t) + t\, B_{i-1}^{n-1}(t)$

(iii) dengan menggunakan aruhan, buktikan

$$\frac{d^r P(t)}{dt^r} = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{i=0}^{n-r} \Delta^r\, V_i\, B_i^{n-r}(t)$$

dengan $\Delta^r\, V_i$ adalah beza ke depan berdarjah r.

(35/100)

...3/-

(c) Jelaskan algoritma de Casteljau. Lakarkan algoritma tersebut untuk mendapatkan titik pada suatu permukaan bikuadratik Bèzier.

(20/100)

(d) Jelaskan perbezaan antara keselanjaran geometri dan keselanjaran parametrik.

(15/100)

3. (a) Untuk $i = 0, 1, 2, 3, \cdots,$ kita takrifkan fungsi B-spline seragam berdarjah $(n-1)$ sebagai

$$M_n(x) = \frac{1}{(n-i)!} \sum_{i=0}^{n} (-1)^{n-i} \binom{n}{i} (i-x)_+^{n-1}$$

dengan

$$(i-x)_+^{n-i} = \begin{cases} (i-x)^{n-i} & , \forall x \le i \\ 0 & , \forall x > i \end{cases}$$

(i) Tuliskan $M_3(x)$

(ii) Lakarkan $M_3(x-1)$ dan $M_3(x+2)$

(iii) Tunjukkan satu cebis lengkung B-spline seragam kuadratik boleh ditulis sebagai

$$S_i(u) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{i-1} \\ V_i \\ V_{i+1} \end{bmatrix}$$

dengan u adalah parameter dan V_i adalah titik kawalan.

(40/100)

(b) Terangkan secara ringkas

(i) Algoritma subbahagian

(ii) Algoritma Cox de Boor

(20/100)

(c) Lengkung kubik Ball diberikan oleh

$$B(t) = (1-t)^2 \, W_0 + 2t\,(1-t)^2 \, W_1 + 2t^2(1-t) \, W_2 + t^2 W_3$$

dengan W_i adalah titik kawalan Ball. Andaikan $P(t)$ adalah lengkung kubik Bèzier dengan titik kawalan V_i, maka dapatkan hubungan antara W_i dan V_i jika dua lengkung di atas adalah secaman. Lakarkan hubungan ini.

(20/100)

(d) Jelaskan dengan ringkas pembinaan permukaan bikubik Coons.

(20/100)

-ooo0ooo-