

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

MSG 265/363 - Rekabentuk dan Analisis Ujikaji

[3 Jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA soalan di dalam LAPAN halaman dan EMPAT BELAS halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

- 1.(a) Seorang ahli biologi ingin mengkaji sama ada kandungan air dalam daun dipengaruhi oleh waktu daun itu ditimbang. Adalah difikirkan faktor-faktor seperti pokok dan saiz daun akan mempengaruhi hasil didapati. Jadi, beliau telah menjalankan suatu eksperimen dengan menggunakan suatu rekabentuk segiempat sama Latin.

Output SPSS bagi data daripada eksperimen ini ditunjukkan di bawah:

ANALYSIS OF VARIANCE

BY MOISTURE moisture content  
PLANT  
LEAF leaf size  
TIME time of weighing

Source of Variation	Sum of Squares	DF	Mean Square	F	Signif of F
Main Effects	53.221	12	4.435	6.580	.001
PLANT	28.885	4	7.221	10.714	.001
LEAF	23.708	4	5.927	8.794	.001
TIME	.627	4	.157	.233	.915
Explained	53.221	12	4.435	6.580	.001
Residual	8.088	12	.674		
Total	61.309	24	2.555		

Huraikan kesimpulan-kesimpulan yang boleh diperolehi daripada eksperimen tersebut.

Nyatakan anggapan-anggapan yang diperlukan bagi penggunaan rekabentuk ini.

(30/100)

...2/-

- (b) Sukatan-sukatan sifat daripada dua belas sampel bahan asphalt telah diperolehi. Pembolehubah-pembolehubah yang berkaitan adalah:

- Y: penetration pada suhu 115 darjah Fahrenheit
- X1: softening point (darjah Fahrenheit)
- X2: penetration pada suhu 32 darjah Fahrenheit
- X3: penetration pada suhu 77 darjah Fahrenheit
- X4: peratusan insoluble n-pentane
- X5: flash point (darjah Fahrenheit)

Data yang dikutip telah diproses dengan menggunakan prosedur REGRESSION daripada SPSS dengan kaedah BACKWARD.

Output diperolehi adalah seperti ditunjukkan di bawah:

\*\*\*\* MULTIPLE REGRESSION \*\*\*\*

Beginning Block Number 1. Method: Enter

Equation Number 1 Dependent Variable.: Y penetration at 115 degrees Fahr

Variable(s) Entered on Step Number

- 1.. X5 flash point (degrees Fahrenheit)
- 2.. X2 penetration at 32 degrees Fahrenheit
- 3.. X4 percentage of insoluble n-pentane
- 4.. X3 penetration at 77 degrees Fahrenheit
- 5.. X1 softening point (degrees Fahrenheit)

Multiple R .95797  
 R Square .91771  
 Adjusted R Square .84913  
 Standard Error 12.54555

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	5	10531.32217	2106.26443
Residual	6	944.34450	157.39075

F = 13.38239 Signif F = .0033

...3/-

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
X5	-.44811	.15762	-.46904	-2.843	.0295
X2	-3.20115	2.06897	-.34028	-1.547	.1728
X4	-3.69954	2.09781	-.31773	-1.764	.1283
X3	4.14139	1.51372	.67847	2.736	.0339
X1	-.27839	.53361	-.13349	-.522	.6206
(Constant)	432.86902	107.09932		4.042	.0068

End Block Number 1 All requested variables entered.

Beginning Block Number 2. Method: Backward

Variable(s) Removed on Step Number  
6.. X1 softening point (degrees Fahrenheit)

Multiple R	.95602
R Square	.91398
Adjusted R Square	.86482
Standard Error	11.87544

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	4	10488.48429	2622.12107
Residual	7	987.18238	141.02605

F = 18.59317

Signif F = .0008

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	T	Sig T
X5	-.50048	.11504	-.52386	-4.351	.0034
X2	-3.90057	1.49169	-.41462	-2.615	.0347
X4	-4.43831	1.46507	-.38117	-3.029	.0191
X3	4.69403	1.02355	.76901	4.586	.0025
(Constant)	435.61276	101.25642		4.302	.0036

----- Variables not in Equation -----

Variable	Beta In	Partial	Min Toler	T	Sig T
X1	-.13349	-.20831	.20948	-.522	.6206

End Block Number 2. POUT = .100 Limits reached.

Huraikan kesimpulan-kesimpulan yang anda boleh perolehi daripada output itu. Gunakan  $\alpha = .05$  jika diperlukan.

Nyatakan anggapan-anggapan yang diperlukan bagi penggunaan kaedah regresi ini.

(30/100)

...4/-

- (c) Sebuah syarikat ingin mempertimbangkan pertukaran cara membuat satu daripada bahan-bahan yang syarikat tersebut gunakan dalam proses pembuatannya. Dua kontraktor dijemput membuat lima sampel bahan disediakan melalui kaedah lama dan lima sampel bahan disediakan melalui kaedah baru. Maklumbalas ialah suatu sukatan kekuatan tensil bahan itu dan suatu nilai yang lebih tinggi adalah dikehendaki. Data diperolehi diberikan di bawah:

Kaedah	Kontraktor	
	A	B
Lama	130	125
	124	129
	128	127
	125	127
	122	126
Baru	128	135
	127	137
	133	134
	126	136
	129	128

- (i) Adakah wujud tindakan bersaling yang bererti? Tunjukkan secara bergraf dan kemudian gunakan suatu ujian keertian. Gunakan  $\alpha = .05$ .
- (ii) Adakah wujud perbezaan yang bererti di antara kaedah-kaedah pembuatan? Di antara kontraktor-kontraktor? Gunakan  $\alpha = .05$ .
- (iii) Nyatakan sebarang anggapan yang anda telah menggunakan.

**Perhatian:** Jumlah nilai di dalam setiap sel ditunjukkan seperti berikut:

Kaedah	Kontraktor		Jumlah
	A	B	
Lama	629	634	1263
Baru	643	670	1313
Jumlah	1272	1304	2576

$$\sum \sum \sum y_{ijk}^2 = 332,118$$

(40/100)

...5/-

- 2.(a) Suatu kajian telah dijalankan untuk menentukan kekesanan suhu pada hasil sejenis polimer. Data diperolehi adalah seperti diberikan di bawah:

Suhu	220	230	240	250	260	270
Hasil	60.2	72.6	77.1	80.7	86.4	84.4
	59.2	70.3	77.5	80.7	85.5	86.6
	58.9	72.3	77.5	81.9	85.6	84.1
	57.3	71.2	79.9	83.1	86.5	85.7

Data diperolehi adalah diproses dengan menggunakan prosedur ONEWAY dengan pilihan POLYNOMIAL.

Output diperolehi diberikan di bawah:

----- O N E W A Y -----

By	Variable Variable	HASIL SUHU	hasil polimer suhu proses		
Analysis of Variance					
Source	D.F.	Sum of Squares	Mean Squares	F Ratio	F Prob.
Between Groups	5	2108.3533	421.6707	354.0146	.0000
Linear Term	1	1816.6223	1816.6223	1525.1493	.0000
Deviation from Linear	4	291.7310	72.9328	61.2309	.0000
Quad. Term	1	271.4405	271.4405	227.8885	.0000
Deviation from Quad.	3	20.2906	6.7635	5.6783	.0064
Cubic Term	1	5.9042	5.9042	4.9569	.0390
Deviation from Cubic	2	14.3863	7.1932	6.0390	.0098
Quartic Term	1	12.8929	12.8929	10.8242	.0041
Deviation from Quartic	1	1.4935	1.4935	1.2539	.2275
Within Groups	18	21.4400	1.1911		
Total	23	2129.7933			

Berikan kesimpulan-kesimpulan yang anda boleh perolehi daripada output itu. Gunakan  $\alpha = .05$ .

Nyatakan anggapan-anggapan yang diperlukan bagi penggunaan kaedah ini.

(30/100)

...6/-

- (b) Lima kepekatan kayu keras yang berbeza dikaji untuk menentukan kesan masing-masing terhadap kekuatan kertas yang dihasilkan. Walau bagaimanapun, logi rintis hanya boleh menghasilkan empat larian setiap hari. Oleh sebab hari mungkin berbeza, penyelidik menggunakan rekabentuk blok tak lengkap seimbang berikut. Data diperolehi ditunjuk di bawah:

Kepekatan Kayu Keras (%)	HARI					Jumlah
	1	2	3	4	5	
2	-	114	118	121	125	478
4	119	120	-	124	129	492
6	125	-	128	138	125	516
8	140	135	125	148	-	548
10	145	140	138	-	150	573
Jumlah	529	509	509	531	529	2607

$$\sum_i \sum_j y_{ij}^2 = 341,965$$

- (i) Lengkapkan jadual analisis varians yang berikut:

Punca Ubahan	Darjah Kebebasan	Hasil Tambah Kuasa Dua	Min Kuasa Dua	F
Rawatan (terlaras)				
Blok (tak terlaras)				
Ralat				
Jumlah				

- (ii) Huraikan kesimpulan-kesimpulan yang diperolehi daripada kajian ini. Gunakan  $\alpha = .05$ .
- (iii) Nyatakan anggapan-anggapan yang diperlukan bagi penggunaan kaedah ini.

(50/100)

- (c) Pertimbangkan model berikut bagi suatu rekabentuk ujikaji:

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_{k(j)} + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik(j)} + \epsilon_{(ijk)l} \quad , \quad \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, a \\ j &= 1, 2, \dots, b \\ k &= 1, 2, \dots, c \\ l &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Dapatkan jangkakan min kuasa dua bagi setiap kesan dalam model ini.

(20/100)

...7/-

3.(a) Huraikan rekabentuk-rekabentuk berikut:

- (i) rekabentuk faktorial
- (ii) rekabentuk tersarang
- (iii) rekabentuk belahan plot

Apakah perbezaan di antara rekabentuk-rekabentuk di atas?

(20/100)

(b) Tiga rumusan berbeza bagi suatu proses kimia telah dikaji. Lima cerapan bagi balasan y dan suatu pembolehubah tak bersandar x telah diperolehi bagi setiap rumus.

Data diperolehi ditunjuk di bawah:

Rumusan						
	A		B		C	
	y	x	y	x	y	x
	4.55	1.2	4.77	1.1	4.37	1.5
	4.49	1.3	4.80	0.9	4.20	1.4
	4.88	1.1	4.91	1.0	5.00	0.9
	4.51	1.1	4.75	1.1	4.71	1.1
	4.33	1.3	4.42	1.3	4.76	1.0
Jumlah	22.76	6	23.65	5.4	23.04	5.9

$$\sum_i \sum_j y_{ij}^2 = 322.3445 \quad \sum_i \sum_j x_{ij}^2 = 20.39 \quad \sum_i \sum_j x_{ij} y_{ij} = 79.579$$

- (i) Analisis data ini dan dapatkan kesimpulannya. Gunakan  $\alpha = .05$ .
- (ii) Hitungkan min rawatan terlaras dan ralat piawai bagi min rawatan terlaras itu.

(40/100)

...8/-

- (c) Seorang penyelidikan sedang mengkaji perubahan dimensi komponen tertentu yang dikeluarkan oleh tiga mesin. Setiap mesin mempunyai tiga spindel, dan empat komponen dipilih secara rawak daripada setiap spindel. Data diperolehi ditunjuk di bawah:

Mesin	1			2			3		
Spindel	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	12	8	10	14	12	10	14	16	14
	9	9	8	15	10	13	10	15	12
	11	10	9	13	11	12	12	15	10
	12	8	10	14	13	14	11	14	14
Jumlah spindel $y_{ij}$	44	35	37	56	46	49	47	60	50
Jumlah mesin $y_{i.}$	116			151			157		

$$\sum \sum \sum y_{ijk}^2 = 5172$$

Analisis data ini dengan mengandaikan bahawa mesin dan spindel merupakan faktor tetap. Gunakan  $\alpha = .05$ .

(40/100)

- 4.(a) Dalam suatu ujikaji mengenai hasil kimia, empat faktor telah dikaji dan setiap faktor mempunyai dua paras. Satu pereplikaan tunggal bagi rekabentuk  $2^4$  telah dijalankan, dengan faktor suhu (A), tekanan (B), masa (C) dan kepekatan (D), dan data diperolehi ditunjuk di bawah:

(1) = 15	d = 18
a = 17	ad = 19
b = 42	bd = 38
ab = 63	abd = 69
c = 14	cd = 16
ac = 18	acd = 19
bc = 38	bcd = 42
abc = 58	abcd = 68

Analisis data ini dengan menggunakan kaedah Yates dengan menganggap bahawa saling tindak tiga faktor dan lebih boleh diabaikan.

- (b) Andaikan hanya pecahan satu per dua rekabentuk  $2^4$  dalam (a) dijalankan. Bina rekabentuk ini dan tuliskan struktur alias yang lengkap.

Berikan juga jadual analisis varians bagi kes ini.

(100/100)

5. Tuliskan nota-nota pendek mengenai topik-topik yang berikut:

- Prinsip-prinsip asas dalam rekabentuk ujikaji.
- Saling tindak.
- Peranan kontras-kontras dalam analisis varians.
- Peranan polinomial ortogon dalam regresi dan analisis varians.

(100/100)

-ooo0ooo-



BERBAGAI KUNJUS (Taratanda seperti di dalam nota kuliah)

- 1.
- Dua sampel tak bersandar
- (
- $n_1 < 25$
- atau
- $n_2 < 25$
- )

$$s_p^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 + \sum_j (y_j - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- 2.
- Sampel berpasangan

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum_i d_i^2 - \frac{(\sum_i d_i)^2}{n}}{n - 1}$$

- 3.
- Analisis varian satu hala

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA$$

$$\text{Bagi sebarang kontras } L = \sum_i c_i y_{i.}$$

$$SSL = \frac{(\sum_i c_i y_{i.})^2}{(n \sum_i c_i^2)}$$

4. Rekabentuk blok rawakan

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

5. Rekabentuk segiempat sama Latin

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSR = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSC = \sum_k \frac{y_{..k}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSR - SSC - SSA$$

6. Rekabentuk faktorial (dua faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

- 3 -

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{\text{sub-jumlah}} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSAB = SS_{\text{sub-jumlah}} - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SS_{\text{sub-jumlah}}$$

### 7. Korelasi dan regresi linear mudah

$$r^2 = \frac{\left( \sum_i x_i y_i - \frac{(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n} \right)^2}{\left[ \sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n} \right] \left[ \sum_i y_i^2 - \frac{(\sum_i y_i)^2}{n} \right]}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \frac{(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n}}{\sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$\begin{aligned} SSE &= s_{yy} - \hat{\beta}_1^2 s_{xx} \\ &= s_{yy} - \hat{\beta}_1 s_{xy} \end{aligned}$$

$$s_{Y \cdot X}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Anggaran ralat piawai bagi  $\hat{\beta}_0$  ialah

$$\sqrt{\text{MSE} \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}} \right)}$$

Anggaran ralat piawai bagi  $\hat{\beta}_1$  ialah

$$\sqrt{\text{MSE}/s_{xx}}$$

Selang peramalan  $100(1 - \alpha)\%$  pada  $x = x_0$ :

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

Selang keyakinan  $100(1 - \alpha)\%$  pada  $x = x_0$  bagi  $\mu_{y \cdot x_0}$  ialah

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left( \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

8. Regresi linear berganda

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad \underline{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{pmatrix}$$

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\underline{y}$$

$$\text{SSE} = \underline{y}'\underline{y} - \hat{\underline{\beta}}'\underline{X}'\underline{y}$$

$$\text{SSR} = \hat{\underline{\beta}}'\underline{X}'\underline{y} - (\sum y_i)^2/n$$

$$r_{12.3}^2 = \frac{(r_{12} - r_{13} r_{23})^2}{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}$$

$$\text{MSE} = \frac{\text{SSE}}{n-p}, \quad p = k+1.$$

9. Polinomial ortogon

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = \lambda_1 \left[ \frac{x-\bar{x}}{d} \right]$$

$$P_2(x) = \lambda_2 \left[ \left( \frac{x-\bar{x}}{d} \right)^2 - \left( \frac{n^2-1}{12} \right) \right]$$

$$P_3(x) = \lambda_3 \left[ \left( \frac{x-\bar{x}}{d} \right)^3 - \left( \frac{x-\bar{x}}{d} \right) \left( \frac{3n^2-7}{20} \right) \right]$$

$$P_4(x) = \lambda_4 \left[ \left( \frac{x-\bar{x}}{d} \right)^4 - \left( \frac{x-\bar{x}}{d} \right)^2 \left( \frac{3n^2-13}{14} \right) + \frac{3(n^2-1)(n^2-9)}{560} \right]$$

$$\hat{\alpha}_j = \frac{\sum_{i=1}^n P_j(x_i) y_i}{\sum_{i=1}^n P_j^2(x_i)} \quad , \quad j = 0, 1, \dots, k$$

$$SSR(\alpha_j) = \hat{\alpha}_j \sum_{i=1}^n P_j(x_i) y_i$$

$$SSE(k) = S_{yy} - \sum_{j=1}^k \hat{\alpha}_j \left[ \sum_{i=1}^n P_j(x_i) y_i \right]$$

10. Pemilihan pembolehubah dan pembangunan model dalam regresi

$$R_p^2 = \frac{SSR(p)}{S_{yy}} = 1 - \frac{SSE(p)}{S_{yy}}$$

$$\overline{R_p^2} = 1 - \left( \frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R_p^2)$$

$$MSE(p) = \frac{SSE(p)}{n-p}$$

$$C_p = \frac{SSE(p)}{\hat{\sigma}^2} - (n-2p), \quad \text{di mana } \hat{\sigma}^2 \text{ adalah suatu anggaran } \sigma^2 .$$

**Rekabentuk Blok Tak Lengkap**

$$N = ar = bk$$

$$\lambda = \frac{r(k-1)}{a-1}$$

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SS_{\text{Blok}} = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{k} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$Q_i = y_{i.} - \frac{1}{k} \sum_j n_{ij} y_{.j}, \quad i = 1, 2, \dots, a$$

$$SS_{\text{Rawatan (terlaras)}} = \frac{k \sum_i Q_i^2}{\lambda a}$$

$$SSE = SST - SS_{\text{Rawatan (terlaras)}} - SS_{\text{Blok}}$$

$$\text{Bagi Kontras } L = \sum_i c_i Q_i,$$

$$SSL = k \frac{\left( \sum_i c_i Q_i \right)^2}{\lambda a \sum_i c_i^2}$$

$$\text{Ralat piawai bagi suatu rawatan terlaras} = \sqrt{\frac{k \text{ MSE}}{\lambda a}}$$

$$Q_j = y_{.j} - \frac{1}{r} \sum_i n_{ij} y_{i.}, \quad j = 1, 2, \dots, b$$

$$SS_{\text{Blok (terlaras)}} = r \frac{\sum_j (Q_j)^2}{\lambda b}$$

Rekabentuk Faktorial (Tiga faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l y_{ijkl}^2 - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i...}^2}{bcn} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{acn} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SSC = \sum_k \frac{y_{...k}^2}{abn} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_{\text{subjumlah (AB)}} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij.}^2}{cn} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_{\text{subjumlah (AC)}} = \sum_i \sum_k \frac{y_{ik.}^2}{bn} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_{\text{subjumlah (BC)}} = \sum_j \sum_k \frac{y_{.jk.}^2}{an} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_{\text{subjumlah (ABC)}} = \sum_i \sum_j \sum_k \frac{y_{ijk.}^2}{n} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_{A \times B} = SS_{\text{subjumlah (AB)}} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{A \times C} = SS_{\text{subjumlah (AC)}} - SS_A - SS_C$$

$$SS_{B \times C} = SS_{\text{subjumlah (BC)}} - SS_B - SS_C$$

$$SS_{A \times B \times C} = SS_{\text{subjumlah (ABC)}} - SS_A - SS_B - SS_C \\ - SS_{A \times B} - SS_{A \times C} - SS_{B \times C}$$

$$SS_E = SS_T - SS_{\text{subjumlah (ABC)}}$$

### Rekabentuk $2^k$

$$\text{Kontras}_{AB \dots K} = (a \pm 1) (b \pm 1) \dots (k \pm 1)$$

$$AB \dots K = \frac{2}{n 2^k} (\text{Kontras}_{AB \dots K})$$

$$SS_{AB \dots K} = \frac{1}{n 2^k} (\text{Kontras}_{AB \dots K})^2$$

$$SS_{\text{curvature}} = \frac{n_F n_C (\bar{y}_F - \bar{y}_C)^2}{n_F + n_C}$$

$$L = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k$$



Rekabentuk Tersarang

1. Dua Tahap

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y^2}{abn}$$

$$SS_A = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{bn} - \frac{y^2}{abn}$$

$$SS_{B(A)} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij.}^2}{n} - \sum_i \frac{y_{i.}^2}{bn}$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_{B(A)}$$

2. Tiga Tahap

$$SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l y_{ijkl}^2 - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_A = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{bcn} - \frac{y^2}{abcn}$$

$$SS_{B(A)} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij.}^2}{cn} - \sum_i \frac{y_{i.}^2}{bcn}$$

$$SS_{C(B)} = \sum_i \sum_j \sum_k \frac{y_{ijk}^2}{n} - \sum_i \sum_j \frac{y_{ij.}^2}{cn}$$

$$SS_E = SS_T - SS_A - SS_{B(A)} - SS_{C(B)}$$

Analisis Kovarians

$$S_{yy} = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y^2}{an}$$

$$S_{xx} = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - \frac{x^2}{an}$$

$$S_{xy} = \sum_i \sum_j x_{ij} y_{ij} - \frac{(x)(y)}{an}$$

$$T_{yy} = \sum_i \frac{y_i^2}{n} - \frac{y^2}{an}$$

$$T_{xx} = \sum_i \frac{x_i^2}{n} - \frac{x^2}{an}$$

$$T_{xy} = \sum_i \frac{(x_i)(y_i)}{n} - \frac{(x)(y)}{an}$$

$$E_{yy} = S_{yy} - T_{yy}$$

$$E_{xx} = S_{xx} - T_{xx}$$

$$E_{xy} = S_{xy} - T_{xy}$$

$$\hat{\beta} = \frac{E_{xy}}{E_{xx}}$$

$$SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2 / E_{xx}$$

$$SS'_E = S_{yy} - (S_{xy})^2 / S_{xx}$$

$$MSE = \frac{SSE}{a(n - 1) - 1}$$

$$\bar{y}_{i(\text{terjarab})} = \bar{y}_i - \hat{\beta} (\bar{x}_i - \bar{x}_..), i = 1, 2, \dots, a$$

$$S_{\bar{y}_{i(\text{terjarab})}} = \left[ MSE \left( \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x}_i - \bar{x}_..)^2}{E_{xx}} \right) \right]^{1/2}$$

X. Coefficients of Orthogonal Polynomials<sup>a</sup>

$x_j$	$n=3$		$n=4$			$n=5$				$n=6$					$n=7$					
	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
1	-1	1	-3	1	-1	-2	2	-1	1	-5	5	-5	1	-1	-3	5	-1	3	-1	1
2	0	-2	-1	-1	3	-1	-1	2	-4	-3	-1	7	-3	5	-2	0	1	-7	4	-6
3	1	1	1	-1	-3	0	-2	0	6	-1	-4	4	2	-10	-1	-3	1	1	-5	15
4			3	1	1	1	-1	-2	-4	1	-4	-4	2	10	0	-4	0	6	0	-20
5						2	2	1	1	3	-1	-7	-3	-5	1	-3	-1	1	5	15
6										5	5	5	1	1	2	0	-1	-7	-4	-6
7															3	5	1	3	1	1
$\sum_{i=1}^n \{P_i(x_j)\}^2$	2	6	20	4	20	10	14	10	70	70	84	180	28	252	28	84	6	154	84	924
$\lambda$	1	3	8	1	$\frac{10}{3}$	1	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{12}$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{17}$	$\frac{21}{10}$	1	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{27}{55}$

$x_j$	$n=8$						$n=9$						$n=10$					
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
1	-7	7	-7	7	-7	1	-4	28	-14	14	-4	4	-9	6	-42	18	-6	3
2	-5	1	5	-13	23	-5	-3	7	7	-21	11	-17	-7	2	14	-22	14	-11
3	-3	-3	7	-3	-17	9	-2	-8	13	-11	-4	22	-5	-1	35	-17	-1	10
4	-1	-5	3	9	-15	-5	-1	-17	9	9	-9	1	-3	-3	31	3	-11	6
5	1	-5	-3	9	15	-5	0	-20	0	18	0	-20	-1	-4	12	18	-6	-8
6	3	-3	-7	-3	17	9	1	-17	-9	9	9	1	1	-4	-12	18	6	-8
7	5	1	-5	-13	-23	-5	2	-8	-13	-11	4	22	3	-3	-31	3	11	6
8	7	7	7	7	7	1	3	7	-7	-21	-11	-17	5	-1	-35	-17	1	10
9							4	28	14	14	4	4	7	2	-14	-22	-14	-11
10													9	6	42	18	6	3
$\sum_{i=1}^n \{P_i(x_j)\}^2$	168	168	264	616	2184	264	60	2772	990	2002	468	1980	330	132	8580	2860	780	660
$\lambda$	2	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{11}{60}$	1	3	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{11}{60}$	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{11}{240}$

<sup>a</sup> Adapted with permission from *Biometrika Tables For Statisticians*, Vol. 1, 3rd edition by E. S. Pearson and H. O. Hartley, Cambridge University Press, Cambridge, 1966.

VII. Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test\*

$r_{\alpha}(p, f)$												
$f$	$p$											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.3	9.3	9.3
4	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.5	7.5	7.5
5	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.8	6.8	6.8
6	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.3	6.3	6.3
7	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	6.0	6.0	6.0
8	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.8	5.8	5.8
9	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.7	5.7	5.7
10	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.55	5.55	5.55
11	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.39	5.39	5.39
12	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.26	5.26	5.26
13	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.15	5.15	5.15
14	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	5.07	5.07	5.07
15	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	5.00	5.00	5.00
16	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.94	4.94	4.94
17	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.73	4.75	4.89	4.89	4.89
18	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.85	4.85	4.85
19	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.82	4.82	4.82
20	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.79	4.79	4.79
30	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.65	4.71	4.71
40	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.59	4.69	4.69
60	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.53	4.66	4.66
100	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.48	4.64	4.65
$\infty$	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.41	4.60	4.68

$f$  = degrees of freedom

\* Reproduced with permission from "Multiple Range and Multiple  $t$  Tests," by D. B. Duncan, *Biometrics*, Vol 1, No. 1, pp. 1-42, 1955

.../7

VII. Significant Ranges for Duncan's Multiple Range Test (continued)

		$r_{05}(p, f)$											
		$p$											
$f$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48	
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48	
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47	
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47	
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47	
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47	
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47	
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47	
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47	
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47	
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47	
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47	
60	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48	
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53	
$\infty$	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67	

$f$  = degrees of freedom.