

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MSG 252/353 - Sistem Giliran dan Simulasi

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam TIGA halaman dan ENAM halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

- 1.(a) Sebuah syarikat sedang mempromosikan dua model restoran. Model A mempunyai kapasiti pelanggan seramai 80 orang, manakala model B mempunyai kapasiti seramai 100 orang. Kos bulanan untuk mengendalikan model A ialah RM10,000 dan model B pula ialah RM12,000. Seorang bakal pelabur sedang menimbangakan untuk membuka sebuah restoran. Pemilik restoran ini menganggarkan pelanggan akan tiba mengikut taburan Poisson pada kadar 30 sejam. Model A akan memberi layanan pada kadar 20 sejam dan model B pula akan melayan 35 pelanggan sejam. Sekiranya restoran ini penuh, pelanggan yang baru tiba akan meninggalkan restoran. Setiap pelanggan yang pergi tanpa dilayan akan menimbulkan kerugian sebanyak RM8 sehari. Kelewatan melayan seorang pelanggan yang sedang menunggu dalam restoran dianggarkan sebanyak RM0.40 sejam. Model manakah yang patut dipilih oleh pemilik restoran ini? Andaikan restoran ini dibuka selama 10 jam sehari.

(40/100)

- (b) Pelanggan tiba ke sebuah pusat membeli-belah mengikut agihan Poisson pada kadar 20 sejam. Pusat membeli-belah ini dibuka pada pukul 11:00 pagi. Tentukan yang berikut:

- (i) Kebarangkalian terdapat 20 orang pelanggan pada pukul 11:12 pagi diberikan 18 orang pelanggan berada di pusat membeli-belah ini pada pukul 11:07 pagi.
- (ii) Kebarangkalian pelanggan yang baru, tiba di antara pukul 11:28 pagi dan 11:30 pagi diberikan pelanggan yang sebelumnya tiba pada pukul 11:25 pagi.

(30/100)

- (c) Buku-buku yang dipesan tiba di perpustakaan universiti mengikut agihan Poisson pada kadar 25 buah buku sehari. Setiap rak buku di perpustakaan ini boleh memuatkan 100 buah buku. Tentukan yang berikut:

- (i) Bilangan jangkaan rak buku yang akan memuatkan buku-buku baru setiap bulan.

..2/-

- (ii) Kebarangkalian lebih daripada 10 buah almari yang diperlukan setiap bulan. (Setiap almari mengandungi lima rak buku).

(30/100)

2.(a) Dalam suatu keadaan, sistem boleh mengambil tidak lebih daripada 4 pelanggan. Kadar ketibaan ialah $\lambda_n = 10 - n$, $n = 0, 1, 2, 3$ dan $\mu_n = s + n/2$, $n = 1, 2, 3, 4$. Keadaan ini menggambarkan pengurangan kadar ketibaan dan penambahan kadar layanan apabila bilangan di dalam sistem n , bertambah. Andaikan proses ketibaan dan siap layanan mengikut agihan Poisson. Tentukan yang berikut:

- (i) Lukiskan gambarajah kadar untuk keadaan ini.
- (ii) Berikan persamaan untuk setiap keadaan.
- (iii) Berikan kebarangkalian untuk setiap keadaan.
- (iv) Bilangan jangkaan dalam sistem.
- (v) Jangkaan masa menunggu dalam giliran.
- (vi) Kadar ketibaan berkesan.

(40/100)

(b) Dua orang pembaik mesin bertanggungjawab terhadap lima buah mesin dalam suatu bengkel. Setiap mesin mengalami kerosakan mengikut agihan Poisson dengan min 3 sejam. Masa untuk membaiki mesin untuk setiap mesin ialah eksponen dengan min 15 minit.

- (i) Tentukan kebarangkalian dua orang pembaik mesin ini bersenang.
- (ii) Kebarangkalian seorang pembaik mesin bersenang.
- (iii) Apakah bilangan jangkaan mesin bersenang tidak dibaiki?

(30/100)

(c) Kedai Gunting Mutu adalah sebuah kedai gunting yang terkenal berdekatan dengan kampus Universiti Selatan Malaysia. Empat orang penggunting bekerja sepenuh masa (8 jam/hari) dan mereka mengambil masa selama 15 minit untuk menggunting rambut setiap pelanggan. Andaikan pelanggan tiba sepanjang hari pada purata 12 sejam, ketibaan beragihan Poisson dan layanan beragihan eksponen, tentukan:

- (i) Apakah kebarangkalian tiada pelanggan di kedai gunting?
- (ii) Apakah purata bilangan pelanggan di dalam kedai gunting?
- (iii) Apakah purata masa pelanggan di dalam kedai gunting?
- (iv) Apakah purata masa pelanggan menunggu sebelum dilayan?
- (v) Apakah purata bilangan pelanggan menunggu sebelum dilayan?
- (vi) Apakah peratusan masa kedai gunting sibuk?
- (vii) Mutu bercadang untuk menambah seorang lagi penggunting. Adakah ini akan mempengaruhi kadar kesibukan kedai gunting ini?

(30/100)

...3/-

- 3.(a) Pertimbangkan keadaan di sebuah stesen yang mempunyai mesin untuk mencuci kereta. Pihak pengurusan bercadang untuk menambahkan pam minyak di setesen itu dan menawarkan diskaun bagi kereta yang dicuci mengikut kuantiti minyak yang dibeli. Sistem ini membenarkan sesebuah kereta mengisi minyak terlebih dahulu sebelum dicuci - satu saluran, dua tahap layanan. Adakah dianggarkan 20% daripada pelanggan tidak memerlukan minyak. Mencuci kereta mengambil masa selama 2 minit. Agihan masa layan di pam minyak ialah:

Masa Layan, minit	Kebarangkalian, %
1	20
2	40
3	30
4	10

- (i) Simulasikan keadaan ini untuk 20 buah kereta. Hitungkan masa pelanggan menunggu, purata masa pelanggan dalam sistem, peratusan masa pam minyak dan mesin mencuci bersenang, dan bilangan.

Peringatan: Output untuk pam minyak ialah input untuk mesin pencuci kereta. Giliran mungkin terbentuk di hadapan mesin pencuci kereta.

(Nota: Gunakan dua digit pertama dari lajur 3 untuk masa layana di pam minyak, dua digit pertama dari lajur 4 untuk keputusan sama ada memerlukan minyak, dua digit pertama dari lajur 5 untuk ketibaan).

(60/100)

- (b) Ahmad memiliki sebuah kedai gunting rambut. Oleh kerana semakin hari semakin ramai pelanggan yang berkunjung ke kedainya, dia bercadang untuk mendapatkan seorang lagi pembantu, Ali. Daripada data masa lalu, masa ketibaan di antara pelanggan ialah 18 ± 4 minit dan bertaburan seragam.

Disebabkan Ahmad lebih berpengalaman daripada Ali, masa layannya juga lebih pendek daripada Ali. Ahmad mengambil masa lebih kurang 16 ± 5 minit dan Ali pula $20 + 5$ minit. Kedua-dua masa layanan bertaburan seragam. Semasa tiba ke kedai ini, pelanggan memasuki salah satu giliran, satu untuk Ahmad dan satu untuk Ahli. Andaikan 60% daripada pelanggan menunggu Ahmad dan 40% lagi menunggu Ali. Pertukaran di antara giliran tidak dibenarkan.

- (i) Dengan menggunakan model GPSS, tuliskan satu pengaturcaraan untuk keadaan di atas.
- (ii) Jika sekiranya hanya satu giliran sahaja dibenarkan dan pelanggan yang berada di hadapan akan dilayan dahulu, tuliskan satu pengaturcaraan menggunakan GPSS untuk keadaan ini.

(40/100)

-ooo0ooo-

[MSG473]

LAMPIRAN

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n \quad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}, \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \text{ jika } 0 \leq n \leq s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0 & , \text{ jika } n \geq s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}, \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 s \mu (\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} e^{-(s\mu - \lambda)t}$$

[MSG473]

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n + \sum_{n=s}^M \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-2} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n & , \text{ jika } 0 \leq n \leq s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n & , \text{ jika } s \leq n \leq M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n + \sum_{n=s}^M n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. M/E_k/1:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

[MSG473]

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho(1-\rho^k)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \frac{1}{s^{n-2} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1 - \frac{\lambda}{s\mu}} \right]^{-1} & \left(\frac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} (k-s+1) \right]^{-1} & \left(\frac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}]$$

[MSG473]

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^s \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \quad (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^s (s\rho)^i / i!} \quad \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/ ∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \quad (n \geq 0)$$

$$L = \lambda/\mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

[MSG473]

10. Layanan Berkeadaan

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k}{1 - \rho_1} + \frac{\rho \rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \quad (\rho_1 = \lambda / \mu_1, \rho = \lambda / \mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1 [1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho \rho_1^{k-1} [k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\mu_1} \right)^n P_0 & (0 \leq n < k) \\ \frac{\lambda^n}{\mu_1^{k-1} \mu^{n-k+1}} P_0 & (n \geq k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \dots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M - L)$$

(MSG473)

TABLE 1.8 TWO-DIGIT RANDOM-NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	06	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	66	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26