UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1993/94

Oktober/November 1993

MSG473 - Teknik Kuantitatif Untuk Pengurusan II

[Masa: 3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

Bahagian I:

1. Pertimbangkan sistem giliran M/M/1/k dengan kadar ketibaan λ dan kadar layanan μ. Nilai $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$.

   (a) Lukiskan gambarajah kadar bagi sistem giliran itu.

   (b) Dengan menggunakan proses lahir-mati dan di bawah andaian bahawa sistem berkeadaan mantap, tunjukkan bahawa kebarangkalian sistem berkeadaan n dapat ditentukan secara berikut:

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & \text{bagi } n = 0, 1, 2, \ldots, k \text{ dan } \rho \neq 1 \\ \dfrac{1}{k+1} & \text{bagi } n = 0, 1, 2, \ldots, k \text{ dan } \rho = 1 \end{cases}$$

   (c) Seterusnya, tunjukkan bahawa keadaan purata sistem dapat ditentukan secara berikut:

$$L = \begin{cases} \dfrac{\rho[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)} & \text{bagi } \rho \neq 1 \\ \dfrac{k}{2} & \text{bagi } \rho = 1 \end{cases}$$

[45 markah]

2. Dua orang kerani yang sama cekap telah ditugaskan untuk mengendalikan sebuah pejabat agensi pelancongan. Setiap kerani itu berupaya melayan 4 pelanggan sejam dengan masa layan sebenar adalah mengikut agihan eksponen. Daripada data yang ada, didapati bahawa pelanggan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 9 orang sejam. Sebilangan daripada pelanggan yang tiba itu didapati membatalkan hasrat mereka untuk berurusan dengan agensi itu sekiranya mereka terpaksa menunggu terlebih dahulu sebelum dilayan. Kebarangkalian ini berlaku ialah m/3, dengan m ialah bilangan pelanggan yang sedang menunggu.

(a) Tentukan kebarangkalian bahawa seseorang pelanggan yang tiba akan terus dilayan tanpa perlu menunggu terlebih dahulu.

(b) Tentukan bilangan jangkaan pelanggan yang sedang menunggu.

(c) Berapakah masa purata seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu?

(d) Jika purata keuntungan yang akan diperolehi oleh agensi itu ialah RM 50 bagi setiap pelanggan, berapakah kadar kehilangan keuntungan yang dihadapi oleh agensi itu disebabkan pelanggan-pelanggan membatalkan hasrat untuk berurusan dengan mereka?

[55 markah]

Bahagian II:

1. Di sebuah tempat pemeriksaan, barang yang perlu diperiksa tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 2 sejam. Barang yang tiba itu akan diperiksa satu persatu oleh seorang jurutera kawalan mutu. Sebaik sahaja selesai pemeriksaan, barang-barang itu akan dibawa ke tempat lain. Masa pemeriksaan sesuatu barang didapati mengikut agihan eksponen dengan min 25 minit. Barang yang tiba semasa jurutera sedang sibuk akan disimpan di satu tempat khas terlebih dahulu. Jika tempat khas itu penuh, barang berkenaan terpaksa disimpan di bangunan lain terlebih dahulu sebelum dibawa ke tempat khas itu. Setiap barang memerlukan 10 kaki^2 ruang lantai untuk disimpan. Berapakah ruang lantai yang harus disediakan ditempat khas itu untuk memastikan bahawa 70 peratus daripada masanya barang yang tiba ke tempat pemeriksaan itu tidak perlu disimpan di bangunan lain terlebih dahulu?

[20 markah]

2. Terdapat 3 buah mesin pembancuh di sebuah kilang. Mesin-mesin itu seringkali mengalami kerosakan. Pada puratanya sesebuah mesin akan mengalami kerosakan 20 hari selepas ia dibaiki dengan masa sebenar adalah mengikut agihan eksponen. Kilang itu mempunyai satu pasukan petugas untuk membaiki mesin-mesin yang rosak itu. Masa yang diperlukan untuk membaiki sesebuah mesin adalah mengikut agihan eksponen dengan min 2 hari.

(a) Tentukan bilangan purata mesin pembancuh yang beroperasi pada sesuatu masa.

(b) Apabila sesebuah mesin pemancuh itu rosak, berapa lamakah pada puratanya mesin itu tidak beroperasi?

(c) Apakah kebarangkalian bahawa hanya satu mesin sahaja yang elok?

(d) Apakah kebarangkalian bahawa kesemua mesin mengalami kerosakan?

(e) Untuk meningkatkan tahap perkhidmatan, pengurus itu sedang menimbangkan dua opsyen. Opsyen pertama ialah membeli satu lagi mesin pembancuh dan opsyen kedua ialah membesarkan pasukan petugas supaya masa purata pembaikan menjadi 1 hari sahaja (agihan masih lagi eksponen). Opsyen manakah yang lebih baik?

[30 markah]

3. Seseorang kerani telah ditugaskan untuk mengendalikan kesemua panggilan telefon berhubung dengan tempahan tiket bagi syarikat penerbangan NAS. Panggilan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 10 sejam dan masa layan ialah eksponen dengan min 4 minit. Panggilan yang tiba semasa kerani sedang sibuk akan diletakkan di dalam status panggilan menunggu dan panggilan yang paling lama berada dalam status panggilan menunggu akan dilayan berikutnya apabila kerani tidak sibuk.

(a) Berapakah masa purata panggilan yang berada dalam status panggilan menunggu.

(b) Berapakah masa purata sesuatu panggilan itu berada dalam status panggilan menunggu?

(c) Katakan dengan membekalkan kerani itu dengan satu peralatan khas, kekonsistenan pekerjaan kerani itu menjadi lebih baik, yakni sisihan piawai masa layan menjadi 2 minit (min masa layan masih di tahap lama). Tentukan perkara (a) dan (b) bagi keadaan ini.

(d) Katakan seorang lagi kerani yang sama cekap ditugaskan mengendalikan panggilan telefon. Tentukan perkara (a) dan (b) bagi keadaan ini.

(e) Merujuk kepada bahagian (d), jika kos penambahan seorang lagi kerani itu ialah RM50 sehari dan kos kepada syarikat disebabkan seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu sebelum dilayan ialan 10 sen seminit, wajarkah kerani yang seorang lagi itu diambil bekerja?
(Andaikan bahawa perkhidmatan tempahan dibuka 24 jam sehari).

[50 markah]

Bahagian III:

1. Di sebuah pangsapuri 15 tingkat, sebuah lif disediakan untuk kegunaan penghuni-penghuni di situ. Penghuni didapati tiba di tingkat bawah pangsapuri itu setiap 3 minit secara berkumpulan. Kesemua penghuni itu memerlukan lif untuk sampai ke tingkat yang mereka duduki. Frekuensi saiz kumpulan yang tiba ialah seperti berikut:

Saiz kumpulan	Kebarangkalian
3 orang	.10
4 orang	.15
5 orang	.35
6 orang	.25
7 orang	.15

Lif hanya mampu memuatkan 5 orang sahaja pada sesuatu masa. Masa purata yang diperlukan untuk lif naik dan turun kembali ke tingkat bawah ialah 2 minit jika lif berkenaan tidak perlu naik melebihi tingkat 8. Jika lif terpaksa naik melebihi tingkat 8, masa purata yang diperlukan ialah 4 minit. 75 peratus daripada masanya didapati bahawa lif naik tidak melebihi tingkat 8.

Jika seseorang penghuni itu sedang menunggu lif dan lif tiba untuk dinaikinya, dia boleh terus menggunakan lif berkenaan tanpa perlu menunggu kumpulan berikutnya tiba.

Lakukan simulasi untuk ketibaan 10 kumpulan penghuni. Simulasi bermula dan berakhir dengan lif berada di tingkat bawah dan kesemua penghuni itu mestilah sampai ke tingkat yang mereka duduki.

Tentukan perkara-perkara berikut:

(a) Bilangan purata penghuni yang tiba setiap kali.

(b) Bilangan purata penghuni di dalam lif semasa sesuatu pengangkutan.

(c) Purata masa seseorang penghuni terpaksa menunggu untuk menaiki lif.

(d) Kebarangkalian bahawa seseorang penghuni itu terpaksa menunggu lif.

(e) Peratusan masa lif bersenang.

[Gunakan jadual nombor rawak yang dilampirkan dengan lajur pertama untuk saiz kumpulan dan lajur kesepuluh untuk lif].

[60 markah]

2. Terdapat tiga kaunter berasingan di kantin Desasiswa Giliran. Satu kaunter menjual nasi lemak, satu menjual mi goreng dan satu lagi menjual minuman. Kaunter nasi lemak dikendalikan oleh seorang pekerja yang biasanya mengambil masa purata 2 minit untuk melayan seseorang pelanggan. Kaunter mi goreng dikendalikan oleh dua orang pekerja yang melayan pelanggan secara berasingan dengan masa purata melayan seseorang pelanggan ialah 5 minit. Terdapat hanya satu barisan menunggu di kaunter mi goreng. Kaunter minuman pula dikendalikan oleh dua orang pekerja yang melayan pelanggan secara berasingan dengan masa purata melayan seseorang pelanggan ialah 2 minit. Terdapat barisan menunggu yang berasingan di hadapan setiap pekerja di kaunter minuman. Masa layan bagi kesemua pekerja di ketiga-tiga kaunter adalah mengikut agihan eksponen.

Pada waktu yang sibuk, pelanggan tiba ke kantin itu mengikut proses Poisson dengan kadar 50 sejam. 40% daripada pelanggan didapati pergi ke kaunter nasi lemak, 20% ke kaunter minuman dan yang selebihnya ke kaunter mi goreng. 75% daripada pelanggan yang telah membeli nasi lemak ataupun mi goreng akan pergi ke kaunter minuman, manakala 25% selebihnya akan keluar daripada kantin. Bagi pelanggan yang selesai membeli minuman pula, 75% daripada mereka didapati akan makan dan minum di kantin berkenaan manakala yang selebihnya akan terus meninggalkan kantin. Ruang yang disediakan di kantin itu adalah luas bagi menampung kesemua pelanggan yang hendak minum dan makan di kantin berkenaan. Seseorang pelanggan mengambil masa purata 15 minit untuk makan dan minum di kantin dengan masa sebenar mengikut agihan eksponen.

(a) Berapa ramai pelanggankah pada puratanya berada di kantin itu pada sesuatu masa?

(b) Bagi seseorang pelanggan yang hendak memakan mi goreng dan meminum minuman di kantin berkenaan, berapa lamakah pada puratanya dia akan berada di kantin itu?

[40 markah]

- ooo00ooo -

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho)\rho_n \qquad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad , \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \text{ jika } 0 \le n \le s \\ \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\, s^{n-s}} P_0 & , \text{ jika } n \ge s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 s\mu(\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} e^{-(s\mu-\lambda)t}$$

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-2}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } 0 \le n \le s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } s \le n \le M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s}\, s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

172

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \dfrac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho\left[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}\right]}{\left(1-\rho^{k+1}\right)(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho\left(1-\rho^k\right)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \dfrac{1}{s^{n-2}\, s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\,\frac{1-\left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1-\frac{\lambda}{s\mu}}\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\displaystyle\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!}(k-s+1)\right]^{-1} & \left(\dfrac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}\right]$$

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^{s} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \qquad (0 \le n \le s)$$

$$P_s = \frac{(sp)^s / s!}{\sum_{i=0}^{s} (s\rho)^i / i!} \qquad \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \qquad (n \ge 0)$$

$$L = \lambda/\mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

10. **Layanan Berkeadaan**

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \le n \le k) \\ \mu & (n \ge k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1-\rho_1{}^k}{1-\rho_1} + \frac{\rho\rho_1{}^{k-1}}{1-\rho}\right]^{-1} \qquad (\rho_1 = \lambda/\mu_1,\ \rho = \lambda/\mu < 1)$$

$$L = P_0\left[\frac{\rho_1\left[1+(k-1)\rho_1{}^k - k\rho_1{}^{k-1}\right]}{(1-\rho_1)^2} + \frac{\rho\rho_1{}^{k-1}[k-(k-1)\rho]}{(1-\rho)^2}\right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1-P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\dfrac{\lambda}{\mu_1}\right)^n P_0 & (0 \le n < k) \\ \dfrac{\lambda^n}{\mu_1{}^{k-1}\,\mu^{n-k+1}} P_0 & (n \ge k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \ldots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda}[1-P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'}, \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M-L)$$

(MSG473)

TABLE 1.8 TWO-DIGIT RANDOM-NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	00	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26