UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1993/94

Oktober/November 1993

MSG343 - Geometri Berkomputer

Masa: [3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Bincangkan mengenai lengkung dan permukaan yang diwakilkan secara berparameter. Bagaimana anda memplotnya?

[25/100]

(b) Tunjukkan bagi objek $\underline{r} = (x, y, z)$ yang diputarkan sebanyak α mengelilingi paksi-x arah lawan jam mempunyai matriks putaran A

$$\underline{r}^* = \underline{r}A$$

dengan

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{kos}\,\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \text{kos}\,\alpha \end{pmatrix}$$

dan $\underline{r}^*$ merupakan titik objek setelah diputarkan.

[30/100]

(c) Katakan $\underline{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ manandakan lengkung dalam $\mathbb{R}^3$, dan $\dot{\underline{r}}$ menandakan terbitan terhadap t. Tuliskan persamaan homogen dalam bentuk $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ bagi menentukan titik infleksi. (Petunjuk: Titik infleksi merupakan titik dengan $|\dot{\underline{r}} \times \ddot{\underline{r}}| = 0$).

[25/100]

(d) Bincangkan secara ringkas mengenai unjuran ortografik dan perspektif.

[20/100]

...2/-

2. (a) Bentuk aljabar lengkung berparameter ditakrifkan sebagai

$$\underline{r}(u) = \underline{a}_0 + \underline{a}_1 u + \underline{a}_2 u^2 + \underline{a}_3 u^3$$

dengan

$$\underline{r}(u) = (x(u), y(u), z(u))$$

dan

$$\underline{a}_j = (a_{1j}, a_{2j}, a_{3j})$$

Persamaan di atas boleh ditulis sebagai bentuk geometrik

$$\underline{r}(u) = F_1(u)\underline{r}(0) + F_2(u)\underline{r}(1) + F_3(u)\dot{\underline{r}}(0) + F_4(u)\dot{\underline{r}}(1)$$

dengan $\dot{\underline{r}}$ mewakili $\frac{d\underline{r}}{dt}$. Tuliskan fungsi-fungsi $F_1(u)$, $F_2(u)$, $F_3(u)$ dan $F_4(u)$.

[30/100]

(b) Kita takrifkan lengkung Bezier sebagai

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n} V_i \, B_i^n(t)$$

dengan

$$B_i^n(t) = \frac{n!}{(n-i)!i!} t^i (1-t)^{n-i}$$

dan V_i merupakan titik kawalan.

Tunjukkan

(i) $B_i^n(t) = (1-t)\, B_i^{n-1}(t) + B_{i-1}^{n-1}(t)$

(ii) $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} \frac{i}{n} B_i^n(t) = t$

(iii) $B_i^n(t) = \dfrac{(n+1-i)}{(n+1)} B_i^{n+1}(t) + \dfrac{(i+1)}{(n+1)} B_{i+1}^{n+1}(t)$

[30/100]

...3/-

(c) Bincangkan dan lakarkan penjanaan algoritma de Casteljau untuk lengkung Bezier. Gunakan kes kubik sebagai kes contoh.

[20/100]

(d) Bincangkan mengenai keselanjaran parameter dan keselanjaran geometri pada lengkung . Berikan contoh geometri kedua-dua jenis keselanjaran tersebut sehingga keselanjaran peringkat dua.

[20/100]

3. (a) Permukaan Bezier berdarjah (m, n) ditakrifkan sebagai

$$P(u,v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} V_{i,j} \; B_i^m(u) \; B_j^n(v)$$

dengan V_{ij} sebagai titik kawalan, $B_i^m(u)$ dan $B_j^n(v)$ polinomial Bernstein.

(i) Tunjukkan bahawa P(u,v) menepati syarat hul cembung.

(ii) Tunjukkan bahawa

$$\frac{\partial P(u,v)}{\partial u} = m \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n} \left\{ \Delta^{1,0} \; V_{i,j} \right\} B_i^{m-1}(u) \; B_j^n(v)$$

dengan $\Delta^{1,0} \; V_{i,j} = V_{i+1,j} - V_{i,j}$.

[25/100]

(b) Secebis lengkung B-Spline kubik seragam diungkapkan sebagai

$$S_i(u) = \frac{1}{6} (u^3 \; u^2 \; u \; 1) \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ V_{i+1} \\ V_{i+2} \\ V_{i+3} \end{pmatrix}$$

dengan $0 \le u \le 1$, $0 \le i \le n - 3$, dan V_j , $j = 0, \ldots, n$ sebagai titik kawalannya.

(i) Buktikan $S_i(u)$ dan $S_{i+1(u)}$ mempunyai keselanjaran C^2.

(ii) Bincangkan mengenai algoritma pemotongan penjuru.

[30/100]

...4/-

(c) Bincangkan mengenai lengkung dan permukaan nisbah. Berikan contoh untuk lengkung dan permukaan nisbah Bezier.

[15/100]

(d) Kita takrifkan asas Hermite kubik sebagai

$$H_0^3(t) = (1-t)^2 (1 + 2t) \quad , \quad H_1^3(t) = t(1-t)^2$$

$$H_2^3(t) = -t^2(1-t) \quad , \quad H_3^3(t) = t^3(3-2t)$$

Dengan menggunakan asas tersebut, bincangkan bagaimana kita dapat membina permukaan Coons.

[30/100]

- oooOOooo -