

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

MSG 253/353 - Teknik Kuantitatif untuk Pengurusan II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA soalan di dalam LIMA halaman dan ENAM halaman lampiran yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Suatu kajian telah dibuat terhadap satu sistem giliran yang boleh menerima tidak lebih daripada lima orang pelanggan. Kadar ketibaan ialah 10 sejam dan kadar berlepas ialah 5 sejam. Kedua-dua kadar ini adalah tidak bersandar dengan bilangan n di dalam sistem. Andaikan ketibaan dan proses berlepas mengikuti agihan Poisson.
- (i) Lakarkan gambarajah kadar yang lengkap untuk situasi ini.
 - (ii) Tentukan kebarangkalian bagi setiap keadaan.
 - (iii) Apakah bilangan jangkaan dalam sistem?
 - (iv) Apakah kadar ketibaan berkesan.
 - (v) Berikan jangkaan masa menunggu dalam giliran.
- (40 markah)*
- (b) Andaikan satu model giliran ringkas yang mempunyai mekanisma layanan yang membenarkan hanya seorang pelanggan di dalam sistem. Pelanggan yang tiba apabila fasiliti ini sibuk meninggalkan sistem ini tanpa kembali. Andaikan pelanggan tiba mengikuti agihan Poisson dengan min λ seunit masa dan masa layanan ialah eksponen dengan min bersamaan dengan $1/\mu$ unit masa. Tentukan perkara (i), (ii), (iii), (iv) dan (v) seperti soalan 1 di atas.
- (20 markah)*
- (c) Sebuah tempat meletak kereta hanya mempunyai 10 tempat untuk meletak kereta. Andaikan kereta tiba mengikuti agihan Poisson dengan min 10 sejam. Masa meletak kereta ialah eksponen dengan min 10 minit. Tentukan:
- (i) Bilangan jangkaan tempat meletak kereta yang tidak dipenuhi.
 - (ii) Kebarangkalian kereta yang tiba mendapati semua tempat dipenuhi.
 - (iii) Kadar ketibaan berkesan bagi sistem ini.
- (20 markah)*

...2/-

- (d) Sebuah kren overhead digunakan untuk mengendalikan 10 mesin. Apabila sesebuah mesin itu selesai memproses muatannya, kren itu akan dipanggil untuk mengangkat muatan yang telah siap diproses itu dan kemudiannya memuatkan mesin itu dengan muatan yang baru yang diambil dari tempat simpanan yang berdekatan. Masa memproses sesuatu muatan oleh mesin-mesin yang ada adalah eksponen dengan min 30 minit. Masa dari antara kren bergerak untuk memberi khidmat kepada sesebuah mesin sehingga muatan baru siap dimuatkan adalah eksponen dengan min 10 minit.
- (i) Tentukan peratusan masa bersenang kren itu.
- (ii) Tentukan bilangan purata mesin yang sedang menunggu khidmat kren.

(20 markah)

2. (a) Sebuah pasaraya menyediakan empat juruwang yang setiap satunya mempunyai barisan menunggu yang tersendiri. Pelanggan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 80 sejam. Pelanggan akan memilih barisan menunggu yang terpendek semasa ketibaan mereka dan akan kekal menunggu di dalamnya sehingga selesai urusan mereka. Pada hitung panjangnya didapati bahawa pembahagian pelanggan di antara juruwang adalah sama rata. Masa layan setiap juruwang didapati mengikuti agihan eksponen dengan purata 2 minit.
- (i) Pada puratanya berapa lamakah setiap pelanggan akan berada di tempat juruwang?
- (ii) Berapa ramaiakah purata pelanggan yang akan berada di tempat juruwang pada sesuatu masa?
- (iii) Apakah peratusan masa sibuk seseorang juruwang?

Pasaraya itu sedang membuat pertimbangan untuk menjadikan salah satu daripada juruwang itu juruwang pantas yang akan mengendalikan pelanggan yang membeli tidak lebih daripada lima barangan. Data yang ada menunjukkan bahawa 30% daripada urusan dengan juruwang sebelum ini adalah pelanggan yang membeli tidak lebih daripada lima barangan dan masa layan bagi urusan itu adalah seragam di antara 0.3 dan 0.7 minit. Masa layan bagi urusan yang lain masih lagi mengikuti agihan eksponen tetapi dengan purata 2.7 minit. Adalah dianggarkan bahawa jika juruwang pantas itu dibuka, kesemua pelanggan yang layak menggunakannya akan berbuat demikian dan pembahagian pelanggan di antara juruwang yang lain masih sama rata.

...3/-

- (iv) Pada puratanya berapa lamakah setiap pelanggan akan berada di tempat juruwang jika juruwang pantas dibuka?
- (v) Berapa ramaikah purata pelanggan yang akan berada di tempat juruwang pada sesuatu masa jika juruwang pantas dibuka?
- (vi) Apakah peratusan masa sibuk seseorang juruwang biasa? Bagaimana pula dengan peratusan masa sibuk juruwang pantas?

Satu lagi opsyen perubahan yang sedang dipertimbangkan ialah dengan mengadakan hanya satu sahaja barisan menunggu. Sebaik sahaja salah satu daripada empat juruwang itu bersenang, pelanggan yang menunggu di hadapan sekali akan berurusan dengan juruwang itu. Kadar ketibaan dan kadar layanan dijangkakan tidak akan berubah jika opsyen ini dilaksanakan.

- (vii) Pada puratanya berapa lamakah setiap pelanggan akan berada di tempat juruwang jika opsyen ini dilaksanakan?
- (viii) Berapa ramaikah purata pelanggan yang akan berada di tempat juruwang pada sesuatu masa jika opsyen ini dilaksanakan?
- (ix) Apakah peratusan masa sibuk seseorang juruwang jika opsyen ini dilaksanakan?
- (x) Pada pendapat anda sistem yang manakah harus digunakan oleh pasaraya itu? Jelaskan mengapa.

(60 markah)

- (b) Mr. Chew adalah seorang pengurus sebuah kompleks panggung wayang yang mengandungi empat auditorium. Setiap auditorium itu menayangkan filem yang berlainan. Waktu mula tayangan tidak dilakukan serentak untuk mengelakkan kumpulan penonton yang terlalu ramai. Panggung wayang ini mempunyai hanya satu tempat untuk membeli tiket dan jurujual hanya mampu mengendalikan pada puratanya 280 penonton sejam. Masa layanan dianggarkan mengikut agihan eksponen. Ketibaan pada hari biasa bertaburan Poisson dan pada puratanya 210 sejam. Untuk menentukan keberkesanan operasi menjual tiket, Mr. Chew bercadang untuk mengetahui beberapa perkara seperti berikut:

- (i) Purata bilangan penonton menunggu untuk membeli tiket.
- (ii) Berapakah peratusan masa jurujual bersenang?
- (iii) Berapa lamakah penonton berada di dalam sistem?
- (iv) Berapa lamakah pada puratanya penonton berada di dalam giliran sebelum sampai ke tempat menjual tiket?
- (v) Apakah kebarangkalian terdapat lebih daripada dua orang di dalam sistem? Lebih daripada tiga orang? Lebih daripada empat orang?

...4/-

Mr. Chew bercadang untuk menambahkan sebuah lagi tempat membeli tiket dan waktu mula tayangan masih dilakukan secara tidak serentak. Ketibaan dan masa layanan masih pada tahap yang sama. Andaikan pihak pengurusan panggung wayang ini mendapat keuntungan sebanyak RM5 dari setiap penonton, adakah cadangan baru ini lebih menguntungkan. Terangkan.

(40 markah)

3. (a) Sebuah bengkel mempunyai tiga buah mesin iaitu mesin A, B dan C. Walaupun ketiga-tiga buah mesin itu menjalankan operasi yang berlainan, masa pemrosesannya masih boleh dianggap sama (termasuk masa penyediaannya).

<u>Masa Penyediaan (jam)</u>	<u>Kebarangkalian %</u>
1	10
2	15
3	30
4	40
5	5

Pelanggan yang memesan pelbagai bahagian mesin tiba di bengkel ini mengikut agihan seperti berikut:

<u>Lat ketibaan (jam)</u>	<u>Kebarangkalian %</u>
2	5
3	30
4	40
5	20
6	5

Bahagian yang dipesan oleh pelanggan perlu melalui beberapa aktiviti yang akan menggunakan mesin-mesin tersebut mengikut pergerakan yang berlainan. Dua jenis pergerakan yang biasa dilakukan ialah:

<u>Pergerakan</u>	<u>% Pesanan yang melalui pergerakan</u>
A-B-C	30
A-C-B	70

Bengkel ini dibuka 24 jam sehari (tiga 'shift'). Semua pesanan adalah bercorak FIFO untuk setiap mesin. Andaikan bengkel ini bersenang pada permulaannya, simulasikan ketibaan dan pemrosesan 10 pesanan pelanggan. Untuk setiap pesanan, tentukan waktu ketibaan dan pergerakannya. Setiap kali pesanan diproses oleh mesin, tentukan masa pemrosesannya (anda perlu menentukan tiga masa pemrosesan untuk setiap pesanan). Bentukkan jadual seperti berikut untuk setiap mesin:

...5/-

Mesin A

No. Pesanan	Waktu Ketibaan	Mula dilayan	Selesai dilayan
-------------	----------------	--------------	-----------------

Selepas sesuatu pesanan selesai di sebuah mesin ia akan pergi ke mesin berikutnya mengikut jadual pergerakannya. Sebaik sahaja mesin selesai dengan sesuatu pesanan, ia akan menerima pesanan yang mempunyai waktu ketibaan terawal yang telah sedia ada (dalam giliran) untuk diproses. Bila sesuatu pesanan telah diproses oleh mesin yang terakhir dalam jadualnya, ia akan meninggalkan sistem.

Hitungkan purata masa menunggu setiap pesanan, jumlah masa mesin bersenang dan bilangan maksimum giliran untuk setiap mesin.

Daripada sifir nombor rawak yang dilampirkan, gunakan:

- 2 digit terakhir dalam lajur pertama untuk lat ketibaan.
- 2 digit terakhir dalam lajur kedua untuk pergerakan.
- 2 digit terakhir dalam lajur ketiga untuk masa penyediaan.

Nota: Jam simulasi bermula pada waktu 0.

(60 markah)

- (b) Bagi soalan 3(a), tuliskan satu aturcara GPSSPC untuk larian sebanyak 1000 pesanan.

(40 markah)

LAMPIRAN

(MSG253/353)

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho) \rho^n \quad \text{untuk } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad , \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s:

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \quad \text{jika } 0 \leq n \leq s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0 & , \quad \text{jika } n \geq s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 s \mu (\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} e^{-(s\mu - \lambda)t}$$

(MSG253/353)

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^M \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } 0 \leq n \leq s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \text{ jika } s \leq n \leq M \\ 0 & , \text{ jika } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^M n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. M/G/1:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. M/E_k/1:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

6. Model M/M/1/k

$$P_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho(1-\rho^k)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \frac{1}{s^{n-2} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1 - \frac{\lambda}{s\mu}} \right]^{-1} & \left(\frac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} (k-s+1) \right]^{-1} & \left(\frac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}]$$

(MSG253/353)

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^s \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \quad (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^s (s\rho)^i / i!} \quad \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/ ∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \quad (n \geq 0)$$

$$L = \lambda/\mu \quad W = \frac{1}{\mu}$$

10. Layanan Berkeadaan

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k}{1 - \rho_1} + \frac{\rho \rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \quad (\rho_1 = \lambda / \mu_1, \rho = \lambda / \mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1 [1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho \rho_1^{k-1} [k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\mu_1} \right)^n P_0 & (0 \leq n < k) \\ \frac{\lambda^n}{\mu_1^{k-1} \mu^{n-k+1}} P_0 & (n \geq k) \end{cases}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \quad \text{bagi } n = 1, 2, \dots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M-L)$$

Table 11.2 Random Numbers

10097	32533	76520	13586	34673	54876	80959	09117	39292	74945
37542	04805	64894	74296	24805	24037	20636	10402	00822	91665
08422	68953	19645	09303	23209	02560	15953	34764	35080	33606
99019	02529	09376	70715	38311	31165	88676	74397	04436	27659
12807	99970	80157	36147	64032	36653	98951	16877	12171	76833
66065	74717	34072	76850	36697	36170	65813	39885	11199	29170
31060	10805	45571	82406	35303	42614	86799	07439	23403	09732
85269	77602	02051	65692	68665	74818	73053	85247	18623	88579
63573	32135	05325	47048	90553	57548	28468	28709	83491	25624
73796	45753	03529	64778	35808	34282	60935	20344	35273	88435
98520	17767	14905	68607	22109	40558	60970	93433	50500	73998
11805	05431	39808	27732	50725	68248	29405	24201	52775	67851
83452	99634	06288	98083	13746	70078	18475	40610	68711	77817
88685	40200	86507	58401	36766	67951	90364	76493	29609	11062
99594	67348	87517	64969	91826	08928	93785	61368	23478	34113
65481	17674	17468	50950	58047	76974	73039	57186	40218	16544
80124	35635	17727	08015	45318	22374	21115	78253	14385	53763
74350	99817	77402	77214	43236	00210	45521	64237	96286	02655
69916	26803	66252	29148	36936	87203	76621	13990	94400	56418
09893	20505	14225	68514	46427	56788	96297	78822	54382	14598
91499	14523	68479	27686	46162	83554	94750	89923	37089	20048
80336	94598	26940	36858	70297	34135	53140	33340	42050	82341
44104	81949	85157	47954	32979	26575	57600	40881	22222	06413
12550	73742	11100	02040	12860	74697	96644	89439	28707	25815
63606	49329	16505	34484	40219	52563	43651	77082	07207	31790
61196	90446	26457	47774	51924	33729	65394	59593	42582	60527
15474	45266	95270	79953	59367	83848	82396	10118	33211	59466
94557	28573	67897	54387	54622	44431	91190	42592	92927	45973
42481	16213	97344	08721	16868	48767	03071	12059	25701	46670
23523	78317	73208	89837	68935	91416	26252	29663	05522	82562
04493	52494	75246	33824	45862	51025	61962	79335	65337	12472
00549	97654	64051	88159	96119	63896	54692	82391	23287	29529
35963	15307	26898	09354	33351	35462	77974	50024	90103	39333
59808	08391	45427	26842	83609	49700	13021	24892	78565	20106
46058	85236	01390	92286	77281	44077	93910	83647	70617	42941
32179	00597	87379	25241	05567	07007	86743	17157	85394	11838
69234	61406	20117	45204	15956	60000	18743	92423	97118	96338
19565	41430	01758	75379	40419	21585	66674	36806	84962	85207
45155	14938	19476	07246	43667	94543	59047	90033	20826	69541
94864	31994	36168	10851	34888	81553	01540	35456	05014	51176
98086	24826	45240	28404	44999	08896	39094	73407	35441	31880
33185	16232	41941	50949	89435	48581	88695	41994	37548	73043
80951	00406	96382	70774	20151	23387	25016	25298	94624	61171
79752	49140	71961	28296	69861	02591	74852	20539	00387	59579
18633	32537	98145	06571	31010	24674	05455	61427	77938	91936
74029	43902	77557	32270	97790	17119	52527	58021	80814	51748
54178	45611	80993	37143	05335	12969	56127	19255	36040	90324
11664	49883	52079	84827	59381	71539	09973	33440	88461	23356
48324	77928	31249	64710	02295	36870	32307	57546	15020	09994
69074	94138	87637	91976	35584	04401	10518	21615	01848	76938

Reprinted by permission of the Rand Corporation, "A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates." Copyright © 1955, Rand Corp., Santa Monica, CA. 90406.