

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1997/98

Februari 1998

MSG 252/MSG 357 - Pengaturcaraan Linear dan Integer

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam LIMA halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Pertimbangkan masalah PL berikut yang berada di dalam bentuk piawai.

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 4x_5 \\ \text{terhadap} & \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 30 \\ & 3x_1 + 2x_3 + x_5 = 60 \\ & x_1 + 4x_2 + x_6 = 20 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array}$$

Pada suatu lelaran simpleks diperolehi maklumat berikut:

$$\text{pembolehubah asas} = (x_2, x_3, x_6), \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Hitungkan nilai pembolehubah asas semasa dan pendarab simpleks yang merujuk kepada penyelesaian ini.
- (ii) Tunjukkan bahawa penyelesaian semasa tidak optimum. Pembolehubah manakah yang akan menjadi pembolehubah masuk?
- (iii) Setelah menentukan pembolehubah masuk, apakah pula pembolehubah keluar?
- (iv) Dengan menggunakan bahagian (iii) dapatkan matriks B^{-1} yang baru.
- (v) Seterusnya, tentukan sama ada penyelesaian baru ini optimum atau tidak. Berikan alasan.

(50/100)

...2/-

- (b) Sebuah perusahaan menghasilkan tiga keluaran - A, B dan C yang memerlukan sumber tenaga manusia dan bahan mentah. Pengurusan perusahaan itu ingin menentukan satu skedul pengeluaran optimum yang memaksimumkan keuntungan. Masalah PL berikut dirumuskan untuk menjawab persoalan ini.

$$\begin{aligned} &\text{Maksimumkan} && z = 3x_1 + x_2 + 5x_3 \\ &\text{terhadap} && 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 45 \quad (\text{tenaga manusia}) \\ & && 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 30 \quad (\text{bahan mentah}) \\ & && x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Di sini x_1 , x_2 dan x_3 ialah amaun keluaran A, B dan C masing-masing. Dengan menggunakan suatu perisian komputer tablo optimum berikut diperolehi.

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Penyelesaian
z	0	3	0	0	1	30
x_1	1	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	5
x_3	0	1	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	3

Jawab soalan-soalan berikut berpandukan tablo di atas.

- Apakah julat bagi keuntungan seunit keluaran A, iaitu c_1 , yang menjamin keoptimuman di atas? Dapatkan penyelesaian optimum jika $c_1 = 2$.
- Dapatkan penyelesaian optimum jika bahan mentah ditingkatkan kepada 60 unit.
- Suatu penemuan teknologi baru telah mengurangkan keperluan bahan mentah bagi keluaran B kepada 2 unit. Adakah ini mempengaruhi penyelesaian di tablo di atas? Kenapa?
- Katakan suatu kekangan baru, $x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 12$, ditambah kepada masalah asal. Jelaskan bagaimana ini mempengaruhi penyelesaian optimum bagi primal dan dual.

(50/100)

2. (a) Tuliskan dual bagi masalah PL berikut:

$$\begin{aligned} &\text{Maksimumkan} && z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \mathbf{y} \\ &\text{terhadap} && \mathbf{Ax} + \mathbf{By} \leq \mathbf{b} \\ & && \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{y} \quad \text{tak tersekat} \end{aligned}$$

Di sini A, B adalah matriks $m \times n$; $\mathbf{b}, \mathbf{c}$ dan $\mathbf{d}$ vektor lajur dengan n komponen.

(30/100)

...3/-

- (b) Selesaikan masalah PL berikut dengan kaedah simpleks dual.

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = -x_1 - 2x_2 \\ \text{terhadap} & x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 4 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 \geq 6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

(30/100)

- (c) Dengan menggunakan syarat kelalaian lengkap dan teori kedualan, tunjukkan bahawa $x_1 = \frac{5}{26}$, $x_2 = \frac{5}{2}$, $x_3 = \frac{27}{26}$ ialah penyelesaian optimum bagi masalah PL

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = 9x_1 + 14x_2 + 7x_3 \\ \text{terhadap} & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ & 5x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 12 \\ & 2x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \text{ tak tersekat} \end{array}$$

(40/100)

3. (a) Pertimbangkan masalah PI berikut serta tablo optimum bagi masalah PL yang berkaitan dengannya.

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = 5x_1 + 6x_2 \\ \text{terhadap} & 10x_1 + 3x_2 \leq 52 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ dan integer} \end{array}$$

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	Penyelesaian
z	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{161}{4}$
x_1	1	0	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{17}{4}$
x_2	0	1	$-\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{19}{6}$

Selesaikan masalah ini dengan kaedah satah potongan. Seterusnya gambarkan di atas graf bagaimana kekangan potongan digunakan untuk memperolehi penyelesaian integer.

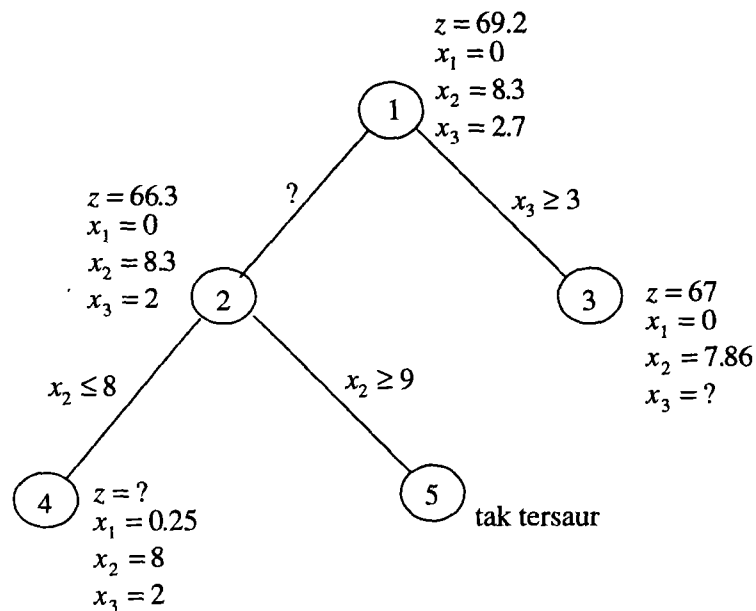
(60/100)

...4/-

- (b) Berikut adalah masalah PI dan sebahagian daripada gambarajah pohon bagi penyelesaiannya.

Maksimumkan
terhadap

$$\begin{aligned} z &= 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 \\ 7x_1 + 4x_2 + 9x_3 &\leq 75 \\ 6x_1 + 7x_2 + 12x_3 &\leq 91 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 25 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \quad \text{dan integer} \end{aligned}$$



- Tentukan nilai-nilai (?) yang tertinggal.
- Terangkan kenapa penyelesaian di nod 5 tak tersaur.
- Adakah penyelesaian optimum boleh diperolehi dari mana-mana nod yang tertera di atas atau pun proses percabangan harus diteruskan lagi? Jika harus diteruskan lagi, dari nod manakah ia perlu dilanjutkan? Nyatakan alasan anda.

(40/100)

4. (a) Selesaikan masalah pengaturcaraan gol berikut secara bergraf.

Minimumkan
terhadap

$$\begin{aligned} z &= P_1u_1 + P_2v_2 + P_3u_3 + P_4v_1 \\ 2x_1 + 3x_2 + u_1 - v_1 &= 24 \\ x_1 + u_2 - v_2 &= 12 \\ x_2 + u_3 - v_3 &= 10 \\ x_i, u_j, v_j &\geq 0 \quad i=1,2, \quad j=1,2,3 \end{aligned}$$

Di sini u_j, v_j adalah pembolehubah sisihan.

(40/100)

...5/-

- (b) Sebuah syarikat menghasilkan dua jenis produk. Maklumat berkaitan dengan setiap produk adalah seperti jadual berikut:

	Produk 1	Produk 2
Masa buruh yang diperlukan oleh setiap unit	4 jam	2 jam
Keuntungan seunit	RM4	RM2

Syarikat telah menetapkan gol bagi jumlah keuntungan sebanyak RM48 dan penalti RM1 bagi setiap ringgit yang berkurang daripada gol ini. Terdapat sejumlah 32 jam masa buruh yang sedia ada. Penalti sebanyak RM2 dikenakan bagi setiap jam lebih masa dan penalti RM1 dikenakan bagi setiap jam yang tidak digunakan. Bahagian pemasaran telah menetapkan sekurang-kurangnya 7 unit produk 1 dan 10 unit produk 2 masing-masing dihasilkan untuk memenuhi permintaan. Bagi setiap unit (untuk kedua-dua produk) yang tidak dapat memenuhi permintaan, penalti sebanyak RM5 dikenakan.

- (i) Rumuskan masalah PL yang meminimumkan jumlah penalti yang dikenakan ke atas syarikat tersebut.
- (ii) Katakan syarikat ini telah menetapkan gol-gol berikut mengikut keutamaan.
- Gol 1 - Hindari daripada tidak menggunakan masa buruh sepenuhnya.
 - Gol 2 - Penuhi permintaan bagi produk 1.
 - Gol 3 - Penuhi permintaan bagi produk 2.
 - Gol 4 - Tidak menggunakan sebarang lebih masa.

Rumuskan suatu model pengaturcaraan gol praimptif bagi keadaan ini.

(60/100)