

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua

Sidang Akademik 1993/94

April 1994

MKT 443 - Pemodelan Matematik

Masa : [3 jam]

Jawab kesemua empat (4) soalan.

1. (a) Dalam masalah untuk mendapatkan fasa lampu kuning, perkara-perkara berikut perlu diberi pertimbangan:
- i) masa untuk berhenti apabila lampu isyarat bertukar kepada kuning
 - ii) masa untuk merentas persimpangan
 - iii) masa tindak balas pemandu

Dengan mengangapkan bahawa kesan penekanan brek boleh dimodelkan sebagai satu daya geseran yang bertentangan, dapatkan satu ungkapan untuk fasa lampu kuning.

- (b) Andaikan f sebagai pekali geseran. Petua yang digunakan oleh jurutera trafik menyatakan bahawa fasa lampu kuning ialah 4 saat untuk kenderaan yang menghampiri lampu isyarat dengan kelajuan 40 batu/jam (bsj). Dapatkan f untuk kes ini. Dengan f yang telah diperolehi, lengkapkan tableau berikut:

Kelajuan (bsj)	Fasa (saat)
30	
40	
50	

- (c) Pada realitinya, pemandu-pemandu menghampiri lampu isyarat dengan kelajuan-kelajuan yang berbeza. Andaikan julat kelajuan-kelajuan ini ialah $[v_p - (\delta v/2), v_p + (\delta v/2)]$, dengan kebarangkalian yang sama. Nilai kitar purata untuk lampu kuning .

(100/100)

2. (a) Dalam satu model untuk memperihalkan kepanjangan 'queue' pada satu lampu isyarat, persamaan berikut telah dihasilkan

$$U = \frac{q}{k_j - k}$$

dengan U halaju relatif penghujung 'queue' bergerak ke belakang, q aliran trafik dan k ketumpatan aliran. Untuk memperihalkan pergerakan gelombang trafik ke hadapan, ungkapan berikut juga telah diperolehi:

$$U_s = \frac{q_s}{k_j - k_s}$$

Perihalkan pertumbuhan 'queue' apabila lampu isyarat berada dalam keadaan merah untuk satu minit, hijau untuk tiga minit, merah untuk satu minit dan hijau untuk tiga minit. Gunakan nilai-nilai $q = 1000$ kereta/jam, $k = 150$ kereta/batu, $k_j = 250$ kereta/batu, $q_s = 1500$ kereta/jam dan $k_s = 100$ kereta/batu.

- (b) Andaikan $f(u) = B e^{-(u-u_1)^2/\sigma^2}$, dengan B dan σ nombor-nombor positif dan u_1 kelajuan rujukan.

i) Lakarkan taburan ini.

ii) Nilaikan

$$u_a = \frac{\int_0^{\infty} u f(u) du}{\int_0^{\infty} f(u) du}$$

(100/100)

3. Model yang dihasilkan oleh Hermann dalam Teori Pengekoran Kereta menyatakan bahawa kepecutan seorang pemandu berkadaran dengan perbezaan kelajuan keretanya dan kereta di hadapan. Maka kita boleh tulis

$$x_n''(t) = C (x_{n-1}'(t-1) - x_n'(t-1))$$

dengan $C > 0$, $n > 0$ dan $t > 0$. $x_n(t)$ ialah kedudukan kereta yang ke n . Andaikan $a_n(t) = x_n''(t)$ sebagai pecutan kereta ke n .

i) Dengan memperkenalkan pembolehubah tertentu, dapatkan ungkapan berikut:

$$A_{n+1}(s) = C^n (C + se^s)^{-n} A_1(s) \quad (*)$$

$A_n(s)$ ialah Jelmaan Laplace untuk $a_n(t)$, iaitu $A_n(s) \equiv L \{a_n(t)\}$. Beri satu tafsiran kepada persamaan (*).

ii) Sekarang andaikan pemandu pertama memecut dan nyahpecut dalam satu jangka masa terhingga dan kemudian $a_1(t) = 0$ untuk $t \geq T$, untuk suatu T . Tunjukkan bahawa $1 / (A_1(s)) = 0$ tidak mempunyai sebarang penyelesaian.

iii) Dengan menggunakan beberapa keputusan Jelmaan Laplace dalam domain kompleks, keputusan berikut telah diperolehi

Syarat	Ciri $a + i b$
$C > \pi/2$	$a > 0$ $b \neq 0$
$C = \pi/2$	$a = 0$ $b \neq 0$

Perihalkan ciri $a_n(t)$, ($n > 1$) untuk t besar. Tunjukkan bahawa perlanggaran akan berlaku apabila $C \geq \pi/2$.

(100/100)

4.. Model Pipes untuk Teori Pengekoran kereta boleh ditulis seperti

$$x_n(t) = x_{n+1}(t) + b^* + (L^*/14.67)v_{n+1}(t) + L^*$$

dengan b^* jarak di antara kereta pada ketika tidak bergerak dan L^* kepanjangan kereta. Tunjukkan bahawa model ini stabil secara tempatan dan secara asimptot.

(100/100)

ooo0ooo

Rumus-rumus

$$1. \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$2. L \{ u_c f(t-c) \} = e^{-cs} F(s), \quad \text{di mana } F(s) = L \{ f(t) \} \text{ dan } u_c \text{ fungsi unit langkah}$$

$$3. L \{ f^{(n)}(t) \} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$