

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

MKT 371 - Teknik Pengoptimuman Dalam Sains Pengurusan

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT soalan di dalam EMPAT halaman yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan.

1. (a) Bagi masalah PL

$$\begin{array}{ll} \text{maksimumkan} & z = c^T x \\ \text{terhadap} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

diketahui bahawa $b = [12 \ 21 \ 8 \ 2 \ 5]^T$.

Katakan $y = [0 \ 4 \ 5 \ 0 \ 3]$ adalah penyelesaian optimum bagi dual masalah ini. Hitungkan nilai optimum bagi z .

(25/100)

- (b) Pertimbangkan masalah PL berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{maksimumkan} & z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\ \text{terhadap} & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15 \\ & 2x_2 - x_3 \geq 5 \\ & 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

- (i) Tuliskan dual bagi masalah ini.

- (ii) Katakan penyelesaian optimum bagi dual ialah $y^T = \left[\frac{51}{23}, -\frac{58}{23}, \frac{9}{23} \right]$. Dapatkan penyelesaian optimum bagi primal dengan menggunakan syarat kelalaian lengkap.

(60/100)

...2/-

- (c) Nyatakan teorem kedualan.

(15/100)

2. (a) Pertimbangkan masalah PL berikut:

$$\begin{aligned}
 &\text{maksimumkan } z = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \\
 &\text{terhadap} \quad \begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 &\leq 8 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_4 &\leq 12 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 18 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Setelah ditambah pembolehubah lalai x_5, x_6 dan x_7 kepada kekangan 1, 2 dan 3 masing-masing, penyelesaian optimum dicari dengan menggunakan kaedah simpleks. Tablo optimum berikut diperolehi.

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	Penyelesaian
z	$\frac{7}{9}$	0	0	$\frac{14}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	0	$\frac{28}{3}$
x_3	$\frac{4}{9}$	0	1	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{9}$	0	$\frac{4}{3}$
x_2	$\frac{2}{3}$	1	0	$\frac{4}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	4
x_7	$\frac{13}{9}$	0	0	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{9}$	1	$\frac{34}{3}$

- Tentukan julat bagi c_1 agar penyelesaian di atas kekal optimum.
- Dapatkan julat bagi b_2 agar penyelesaian di atas tetap tersaur.
- Adakah penyelesaian optimum di atas berubah jika b_2 ditukar kepada 26? Jika ya, dapatkan penyelesaian optimum yang baru.
- Jika kekangan $x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$ ditambah kepada masalah asal, adakah penyelesaian semasa berubah? Beri alasan.

(80/100)

...3/-

(b) Bagi masalah PL

maksimumkan $z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 4x_5$
terhadap $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 30$
 $3x_1 + 2x_3 + x_5 = 60$
 $x_1 + 4x_2 + x_6 = 20$
 $x_1, x_2, \dots, x_6 \geq 0$

tentukan sama ada pembolehubah asas dan matriks B^{-1} berikut adalah merujuk kepada penyelesaian optimum. Jika tidak, tentukan pembolehubah masuk dan pembolehubah keluar serta matriks B^{-1} pada lalaran seterusnya.

$(x_2, x_3, x_6); B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(20/100)

3. (a) Pertimbangkan masalah PI berikut:

maksimumkan $z = 14x_1 + 18x_2$
terhadap $-x_1 + 3x_2 \leq 6$
 $7x_1 + x_2 \leq 35$
 $x_1, x_2 \geq 0$ dan integer

Tablo optimum bagi masalah PL yang berkaitan dengannya diberikan di bawah. Selesaikan dengan kaedah satah potongan bagi memperolehi penyelesaian integer.

Asas	x_1	x_2	s_1	s_2	Penyelesaian
z	0	0	$\frac{56}{11}$	$\frac{30}{11}$	126
x_2	0	1	$\frac{7}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{7}{2}$
x_1	1	0	$-\frac{1}{22}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{9}{2}$

(60/100)

- (b) Selesaikan masalah 0 – 1 berikut:

$$\begin{array}{ll}
 \text{minimumkan } z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 \\
 \text{terhadap} & -x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 \leq 1 \\
 & -7x_1 + 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 \leq -2 \\
 & 11x_1 - 6x_2 - 3x_4 - 3x_5 \leq -1 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 = 0 \text{ atau } 1
 \end{array}$$

(40/100)

4. (a) Selesaikan masalah PI berikut dengan kaedah cabang dan batas.

$$\begin{array}{ll}
 \text{maksimumkan } z = 6x_1 + 8x_2 \\
 \text{terhadap} & 4x_1 + 6x_2 \leq 36 \\
 & 10x_1 + 7x_2 \leq 70 \\
 & x_1, x_2 \geq 0 \\
 & x_1 \text{ integer}
 \end{array}$$

(50/100)

- (b) Sebuah kilang menghasilkan tiga jenis barang. Keperluan bahan mentah, masa memproses dan masa membungkus per unit adalah seperti berikut:

Barang	1	2	3	Keteradaan
Bahan mentah	2	4	3	600 kg
Masa memproses	9	8	7	900 minit
Masa membungkus	1	2	3	300 minit

Pengurus kilang telah menyenaraikan matlamat berikut mengikut prioriti.

1. Minimumkan masa lebihan di bahagian memproses.
2. Minimumkan masa terkurang di bahagian memproses.
3. Minimumkan masa lebihan dan masa terkurang di bahagian membungkus.

Rumuskan masalah ini sebagai suatu model pengaturcaraan gol.

(50/100)