UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1993/94

April 1994

MKT 371 - Teknik Pengoptimuman Dalam Sains Pengurusan

[Masa: 3 Jam]

Jawab semua soalan di Bahagian A dan Bahagian B.

BAHAGIAN A : (40 markah)

1. (a) Pertimbangkan masalah PL berikut:

$$\begin{array}{llcccccccccccc}
\text{Maksimumkan} & z = (3+t)x_1 + (6+t)x_2 + (9-t)x_3 \\
\text{terhadap} & 7x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & & & = & 3 \\
 & -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & + & x_5 & = & 1 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & , & x_5 & \geq & 0
\end{array}$$

Tentukan penyelesaian optimum bagi setiap nilai $t \geq 0$.

(15 markah)

(b) Selesaikan masalah berikut dengan menggunakan kaedah simpleks tertilik semula, dan pembolehubah asas permulaan $\{x_4, x_5\}$.

$$\begin{array}{llcccccccccccc}
\text{Maksimumkan} & z = & 3x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & - & x_5 & & \\
\text{terhadap} & & x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & & & = & 7 \\
 & & 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & & & + & x_5 & = & 8 \\
 & & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & , & x_5 & \geq & 0
\end{array}$$

(15 markah)

(c) (i) Nyatakan teorem kedualan.

(ii) Katakan $\bar{x}$ dan $\bar{y}$ adalah masing-masingnya penyelesaian tersaur masalah primal dan dual berikut:

Primal: Minimumkan $z = cx$
terhadap $Ax \geq b$
$x \geq 0$

Dual: Maksimumkan $w = yb$
terhadap $yA \geq c$
$y \geq 0$

... 2/-

Buktikan bahawa $\bar{x}$ dan $\bar{y}$ adalah penyelesaian optimum jika dan hanya jika

$$(\bar{y}A - c)\bar{x} + \bar{y}(b - A\bar{x}) = 0.$$

(iii) Diberi masalah primal dan dual berikut, dan $(y_1, y_2) = (\frac{1}{2}, 0)$ ialah penyelesaian optimum bagi masalah dual. Dengan menggunakan keputusan bahagian (ii) di atas, tentukan penyelesaian optimum masalah primal.

Primal: Minimumkan $z = x_1 + 6x_2$

Terhadap
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\geq 5 \\ 6x_1 - x_2 &\geq 4 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dual: Maksimumkan $w = 5y_1 + 4y_2$

Terhadap
$$\begin{aligned} 2y_1 + 6y_2 &\leq 1 \\ 3y_1 - y_2 &\leq 6 \\ y_1 \geq 0,\ y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(10 markah)

<u>BAHAGIAN B</u> : (60 markah)

2. (a) Selesaikan model PI berikut dengan kaedah satah potongan

Minimumkan $z = x_1 - 3x_2$

terhadap
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\leq 2 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 15 \\ x_1,\ x_2 &\geq 0 \text{ dan integer} \end{aligned}$$

(10 markah)

(b) Selesaikan masalah PI berikut dengan kaedah cabang dan batas.

Maksimumkan $z = 3x_1 + 2x_2$

terhadap
$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 &\leq 9 \\ 3x_1 + 3x_2 &\leq 18 \\ x_1,\ x_2 &\geq 0 \text{ dan integer} \end{aligned}$$

(10 markah)

(e) Sebuah hotel mempunyai 2 buah van yang digunakan untuk mengangkut pekerja-pekerjanya di antara rumah mereka dan tempat kerja. Setiap van boleh memuatkan 6 orang (tidak termasuk pemandu) dan setiap satunya menggunakan laluan yang berbeza. Van 1 menggunakan laluan 1 dan van 2 menggunakan laluan 2. 16 orang pekerja yang memohon untuk menggunakan perkhidmatan van-van tersebut telah mengisi borang soalselidik. Di dalam borang tersebut mereka memberi maklumat tentang lokasi kediaman, masa mereka harus bertolak dari rumah serta masa mereka tamat bertugas. Markah kesesuaian daripada segi lokasi kediaman dan skedul mereka dengan skedul van yang berukuran 1 hingga 10 diberi kepada setiap pemohon. Markah yang tinggi menunjukkan bahawa terdapat banyak kesesuaian di antara pemohon dengan van yang akan digunakan. Markah yang rendah menunjukkan sebaliknya.

Pihak pengurusan hotel ingin memaksimumkan markah kesesuaian semasa mengumpukkan setiap pemohon kepada van-van tersebut. Di samping itu, mereka juga ingin memastikan bahawa sekurang-kurangnya 2 orang pemohon wanita ditempatkan di setiap van. Pemohon 3,5,9,10,11 dan 15 adalah wanita. Anggapkan bahawa pemandu van telah ditetapkan.

Rumuskan masalah ini sebagai masalah 0-1. Markah kesesuaian adalah seperti berikut:

Pemohon	Laluan 1	Laluan 2
1	3	8
2	7	8
3	10	4
4	8	6
5	3	8
6	5	9
7	3	6
8	9	4
9	1	9
10	8	8
11	1	3
12	9	6
13	10	7
14	4	4
15	7	8
16	8	10

(10 markah)

3. (a) Tunjukkan bahawa masalah berikut tidak mempunyai penyelesaian yang tersaur kecuali pekali kekangan dan nilai sebelah kanannya merupakan integer.

$$\begin{array}{llcl} \text{Maksimumkan} & z = x_1 + 2x_2 & & \\ \text{terhadap} & x_1 + \frac{x_2}{2} & \leq & \frac{13}{4} \\ & x_1 \ , \ x_2 & \geq & 0 \ \text{dan integer} \end{array}$$

Sahkan pernyataan di atas secara bergraf.

(5 markah)

(b) Lakukan transformasi yang sesuai supaya model tak linear berikut menjadi bentuk linear 0-1.

$$\begin{array}{llcl} \text{Maksimumkan} & z = 4x_1x_2x_3^4 + x_1^2x_2 + 3x_2x_3^2 & & \\ \text{terhadap} & 5x_1 + 9x_2x_3 & \leq & 15 \\ & 4x_1x_2 - 3x_2^4x_3 & \leq & 10 \\ & x_1, \ x_2, \ x_3 & = & 0,1 \end{array}$$

(5 markah)

(c) Selesaikan masalah 0-1 berikut dengan kaedah pengangkaan tersirat.

$$\begin{array}{llcl} \text{Maksimumkan} & z = 25x_1 + 45x_2 + 25x_3 + 20x_4 + 35x_5 & & \\ \text{terhadap} & x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 & \leq & 25 \\ & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 & \leq & 25 \\ & 8x_1 + 10x + 2x_3 + x_4 + 10x_5 & \leq & 25 \end{array}$$

$$x_i = 0,1 \qquad i = 1,2,\ldots,5$$

(10 markah)

(d) Selesaikan masalah integer bercampur berikut.

$$\begin{array}{llcl} \text{Maksimumkan} & z = 3x_1 + x_2 + 3x_3 & & \\ \text{terhadap} & -x_1 + 2x_2 + x_3 & \leq & 4 \\ & 4x_2 - 3x_3 & \leq & 2 \\ & x_1 - 3x_2 + 2x_3 & \leq & 3 \\ & x_1, \ x_2, \ x_3, & \geq & 0 \\ & x_1, \ x_3 \ \text{integer} & & \end{array}$$

(10 markah)

-oooOOooo-