

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

**PEPERIKSAAN SEMESTER KEDUA
SIDANG AKADEMIK 1993/94**

APRIL

MKT 261 - Kaedah Statistik Gunaan

Masa: 3 Jam

Jawab **SEMUA** lima (5) soalan.

Soalan-soalan **MESTI** dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Sifir New Cambridge Elementary Statistical Tables disediakan. Satu set lampiran dikepilkan. Alat penghitung "non-programmable" boleh digunakan. Ia disediakan oleh pelajar diri sendiri.

- 1 (a) (i) Apakah ciri-ciri yang penting yang patut dimiliki oleh penganggar bagi suatu parameter?
- (ii) Jika $x_1, x_2 \dots x_n$ ialah suatu sampel mudah dari suatu population x yang minnya ialah μ dan varians ialah σ^2 , takrifkan

$$\bar{x} = \text{min sampel} = \sum x_i / n$$

$$s^2 = \text{variens sampel} = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)$$

Tunjukkan bahawa

(i) $E(\bar{x}) = \mu$; $\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$;

(ii) $E(s^2) = \sigma^2$

(40%)

- (b) Seorang Jurutera Kimia mengkaji perubahan yang wujud bagi dua jenis peralatan ujian yang boleh digunakan untuk mengawal penghasilan bagi suatu proses pengeluaran. Pakar itu mengesyaki bahawa alat lama, jenis I mempunyai varians yang lebih besar daripada alat baru, jenis II. Maklumat dari dua sampel yang tak bersandar memberi:

Sampel	Saiz Sampel	Minnya	$\sum (x_i - \bar{x})^2$
Alat jenis I	$n_1 = 16$	12.7	257.46
Alat jenis II	$n_2 = 11$	14.8	63.50

- (i) Ujian kesamaan varians berlawanan dengan alternatif yang sesuai. Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (ii) Ujian bahawa min dari dua jenis alat itu adalah sama. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(40%)

- (iii) Suatu populasi bertaburan Bernoulli dengan parameter kejayaan p . Pada suatu ketika, suatu sampel bersaiz 15 diambil secara rawak dan didapati 14 daripada adalah berjaya, ujikan hipotesis

$$H_0 : p = 0.85 ;$$

$$\text{berlawanan } H_1 : p > 0.85 ;$$

Gunakan $\alpha = 0.05$. gunakan cara nilai P.

(20%)

2. (a) Di dalam satu analisis regresi linear y ke atas x, diketahui:

x	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42
y	8.4	9.5	11.8	10.4	13.3	14.8	13.2	14.7	16.4	16.5	18.9	18.5

$$\text{dan } \sum x_i = 372 ; \sum x_i^2 = 12104 ;$$

$$\sum y_i = 166.4 ; \sum y_i^2 = 2435.14 ;$$

$$\sum x_i y_i = 5419.60 ;$$

- (i) Cari persamaan ramalan garis lurus regresi dan dapatkan nilai ramalan bagi y apabila $x = 44$.
- (ii) Cari anggaran untuk varian bagi y, σ^2 di dalam model kita.
- (iii) Dapatkan selang keyakinan 95% bagi pintasan A.
- (iv) Ujikan keertian regresi linear ini. Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (v) Cari nilai r^2 , pekali penentuan.

(70%)

(b) Di dalam satu analisis regresi y ke atas x

Bilangan	x	y
1	50	74
2	50	76
3	55	76
4	55	85
5	55	81
6	55	74
7	65	85
8	65	90
9	65	94
10	70	87
11	70	98
12	70	91

dan $\sum x_i = 725$; $\sum y_i = 1011$;

$\sum x_i^2 = 44475$; $\sum y_i^2 = 85905$;

$\sum x_i y_i = 61685$;

Ujikan hipotesis kekurangan penyuaian. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(30%)

3. (a) Di dalam suatu kajian, 4 sampel tak bersandar diambil masing-masing dari empat populasi yang berlainan, dan datanya diringkaskan seperti yang berikut:

Sampel	Saiz Sampel	Minnya	$\sum (x_i - \bar{x})^2$
1	$n_1 = 20$	216.2	13257.2
2	$n_2 = 9$	240.6	19978.2
3	$n_3 = 9$	232.3	19515.8
4	$n_4 = 7$	227.5	6622.2

- (i) Cari anggaran nilai varians jika empat populasi itu mempunyai varians yang sama.
- (ii) Gunakan ujian Bartlett untuk menguji hipotesis bahawa 4 varians itu adalah sama. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(30%)

- (b) Yang berikut ialah harga runcit (y) bagi sebuah motosikal terpakai dengan usia (x) untuk Motosikal Nasional Model-AAA:

x	1	2	2	3	5	5
y	2350	1695	1750	1395	985	895

- (i) Sesuaikan suatu lengkung eksponen dalam bentuk $\mu_{y/x} = C D^x$.
- (ii) Anggarkan harga runcit bagi motosikal itu jika ia berusia empat tahun.

(30%)

- (c) Di dalam satu analisis regresi linear berganda

$$\mu_{y/x_1, x_2} = A + B_1 X_1 + B_2 X_2 ;$$

n = 6, dan persamaan normal ialah

$$N \begin{pmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58.95 \\ 93.39 \\ 154.47 \end{pmatrix}, \text{ N ialah matriks } 3 \times 3 ,$$

dan

$$N^{-1} = \begin{pmatrix} 79.5702 & -109.2841 & 35.7137 \\ -109.2841 & 152.0959 & -50.2225 \\ 35.7137 & -50.2225 & 16.7408 \end{pmatrix}$$

- (i) Apakah matriks N?
- (ii) Cari persamaan ramalan.
- (iii) Diberi nilai $\sum y^2 = 615.8425$, cari anggaran bagi σ^2 .
- (iv) Ujikan hipotesis bahawa regresi linear ini adalah bererti. Gunakan $\alpha = 0.05$.

4. (a) Empat kaedah campuran boleh digunakan untuk membuat simen batu kapur dan kekuatan simen batu kapur itu dikaji.

Kaedah Campuran	Kekuatan (kilogram/cm ²)			
1	16.2	16.7	16.3	17.6
2	18.8	19.7	19.8	20.4
3	12.4	13.3	14.1	10.2
4	21.2	22.1	20.8	19.7

- (i) Adakah ujikaji ini merupakan ujikaji kesan tetap atau kesan rawak?
- (ii) Ujikan hipotesis bahawa empat kaedah campuran memberikan kekuatan yang sama. Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (iii) Gunakan ujian julat berganda Duncan untuk membandingkan pasangan min-min. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(50%)

- (b) Di dalam satu rekabentuk blok rawakan:

	B L O K						
Rawatan	1	2	3	4	5	6	Jumlah
1	42.5	39.3	39.6	39.9	42.9	43.6	247.8
2	39.8	40.1	40.5	42.3	42.5	43.1	248.3
3	40.2	40.5	41.3	43.4	44.9	45.1	255.4
4	41.3	42.2	43.5	44.2	45.9	42.3	259.4
Jumlah	163.8	162.1	164.9	169.8	176.2	174.1	1010.9

dan diberi SST = 81.86 ;

- (i) Nyatakan model statistik dan dapatkan anggaran bagi parameter-parameteranya.
- (ii) Dapatkan jadual analisis varians dan ujikan hipotesis bahawa kesan dari 4 rawatan adalah sama. Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (50%)

5. (a) Suatu populasi bertaburan normal dengan min μ dan varians σ^2 . Suatu sampel diambil, dan datanya seperti yang berikut:

6.34	7.25	6.76	5.98	6.25
7.00	7.55	5.54	5.62	6.21

- (i) Cari satu selang keyakinan 95% bagi σ^2 .
- (ii) Ujikan hipotesis bahawa $\sigma^2 = 1.2$. Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$.
- (20%)
- (b) Jabatan Matematik sebuah universiti ingin menilai kebolehan mengajar 4 orang profesor. Untuk menghapuskan kesan-kesan oleh kerana kursus berlainan, masa berlainan pada hari, segiempat sama Latin dicadangkan. A, B, C, D menandakan 4 profesor ini, setiap profesor mengajar satu seksyen untuk setiap kursus pada masa yang berlainan. Data yang berikut ialah grad yang diberikan kepada 16 orang pengajar tahun pertama:

KURSUS				
Masa	Algebra	Geometri	Statistik	Kalkulus
10.00-11.00 pagi	A84	B79	C63	D97
11.00-12.00 pagi	B91	C82	D80	A93
2.00-3.00 petang	C59	D70	A77	B80
3.00-4.00 petang	D75	A91	B75	C68

Gunakan aras keertian $\alpha = 0.05$, ujikan hipotesis bahawa profesor yang berlainan tidak ada kesan pada grad.

- (c) Hasil bagi suatu proses kimia dikaji. Faktor yang dikaji ialah suhu dan tekanan. Tiga aras setiap faktor dipilih, dan satu ujikaji faktor dengan 2 replika dijalankan, dan datanya adalah seperti yang berikut:

	S U H U			
Tekanan	100	150	200	Jumlah
Rendah	20.2 20.4	20.5 20.6	20.2 20.4	
Pertengahan	22.1 20.3	22.5 20.6	19.8 20.2	
Tinggi	22.5 20.7	22.8 20.7	22.4 20.2	
Jumlah				

Ujikan sama ada:

- (i) Kesan-kesan adalah sama dari tekanan yang berlainan.
- (ii) Kesan-kesan adalah sama dari suhu yang berlainan.
- (iii) Kesan saling tindak wujud di antara tekanan dan suhu.

Gunakan $\alpha = 0.05$.

(40%)

BERBAGAI RUMUS (Tatatanda seperti di dalam nota kuliah)

- 1.
- Dua sampel tak bersandar
- (
- $n_1 < 25$
- atau
- $n_2 < 25$
-)

$$s_p^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 + \sum_j (y_j - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- 2.
- Sampel berpasangan

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum_i d_i^2 - \frac{(\sum_i d_i)^2}{n}}{n - 1}$$

- 3.
- Analisis varian satu hala

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA$$

$$\text{Bagi sebarang kontras } L = \sum_i c_i y_{i.}$$

$$SSL = \frac{(\sum_i c_i y_{i.})^2}{(n \sum_i c_i^2)}$$

4. Rekabentuk blok rawakan

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

5. Rekabentuk segiempat sama Latin

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSR = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSC = \sum_k \frac{y_{...k}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{p} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSR - SSC - SSA$$

6. Rekabentuk faktorial (dua faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

- 3 -

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{\text{sub-jumlah}} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSAB = SS_{\text{sub-jumlah}} - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SS_{\text{sub-jumlah}}$$

7. Korelasi dan regresi linear mudah

$$r^2 = \frac{\left(\sum_i x_i y_i - \frac{(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n} \right)^2}{\left[\sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n} \right] \left[\sum_i y_i^2 - \frac{(\sum_i y_i)^2}{n} \right]}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \frac{(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n}}{\sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$SSE = S_{yy} - \hat{\beta}_1^2 S_{xx}$$

$$= S_{yy} - \hat{\beta}_1 S_{xy}$$

$$S_{Y \cdot X}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_0$ ialah

$$\sqrt{MSE \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_1$ ialah

$$\sqrt{MSE / S_{xx}}$$

Selang peramalan 100(1 - α)% pada $x = x_0$:

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

Selang keyakinan 100(1 - α)% pada $x = x_0$ bagi $\mu_{Y \cdot x_0}$ ialah

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

8. Regresi linear berganda

$$\tilde{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad \tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

$$\hat{\tilde{\beta}} = (\tilde{x}'\tilde{x})^{-1} \tilde{x}'\tilde{y}$$

$$\text{SSE} = \tilde{y}'\tilde{y} - \hat{\tilde{\beta}}'\tilde{x}'\tilde{y}$$

$$\text{SSR} = \hat{\tilde{\beta}}'\tilde{x}'\tilde{y} - (\sum y_i)^2/n$$

$$r_{12.3}^2 = \frac{(r_{12} - r_{13} r_{23})^2}{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}$$

$$\text{MSE} = \frac{\text{SSE}}{n-p}, \quad p = k+1.$$

VII. Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan^a.

$r_{01}(p, f)$												
f	p											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.3	9.3	9.3
4	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.5	7.5	7.5
5	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.8	6.8	6.8
6	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.3	6.3	6.3
7	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	6.0	6.0	6.0
8	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.8	5.8	5.8
9	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.7	5.7	5.7
10	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.55	5.55	5.55
11	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.39	5.39	5.39
12	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.26	5.26	5.26
13	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.15	5.15	5.15
14	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	5.07	5.07	5.07
15	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	5.00	5.00	5.00
16	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.94	4.94	4.94
17	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.73	4.75	4.89	4.89	4.89
18	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.85	4.85	4.85
19	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.82	4.82	4.82
20	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.79	4.79	4.79
30	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.65	4.71	4.71
40	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.59	4.69	4.69
60	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.53	4.66	4.66
100	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.48	4.64	4.65
∞	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.41	4.60	4.68

f = darjah kebebasan.

^a Dikeluarkan dengan kebenaran daripada "Multiple Range and Multiple F Tests," oleh D.B. Duncan, *Biometrics*, Jil. 1, No. 1, hlm 1-45, 1955.

VII. Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan (*bersambung*)

$r_{05}(p, f)$												
f	p											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47
30	2.89	3.04	3.12	3.20	2.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47
60	3.83	2.89	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67

 f = darjah kebebasan